2. L'algèbre

§ 2.1 Expressions algébriques & calcul littéral

Une **expression algébrique** est une suite d'opérations et de symboles mathématiques contenant une ou plusieurs lettres et des nombres.
Chaque lettre représente un nombre (connu ou inconnu ; constante ou variable)

Exemples : 1) $3 \cdot x + 10$ 2) $y + z$ 3) $2xy + z$

Exercice :
Evaluer les expressions ci-dessus si : $x = 1$, $y = -2$ et $z = 3$

1) $3 \cdot x + 10 =$

2) $y + z =$

3) $2xy + z =$

Remarques et vocabulaire :

- Dans une expression algébrique **une lettre** représente une constante ou une variable :
  - une **constante** est un élément particulier de l'ensemble (par exemple 5 ; $\sqrt{2}, \pi, \ldots$)
  - une **variable** désigne n'importe quel élément de l'ensemble.
  Habituellement les lettres de la fin de l'alphabet comme *x*, *y* et *z* désignent des variables et celle du début *a* ,*b* et *c* des constantes.
- Un seul terme algébrique est appelé **monôme**. Il peut être simple (une lettre ou un nombre) ou composé par la multiplication. Par exemple : 3 ; ax^n ; $5x^3y^2$
  Le degré du monôme est la somme de ses exposants. Par exemple : $5x^3y^2$ est de degré 5.
  Le **coefficient** du monôme est la constante qui le compose. Pour $5x^3y^2$ c'est le nombre 5 pour ax^n c'est *a*.
- Une somme de monôme est un **polynôme** à une ou plusieurs variables.
  Exemples : $ax^2 + bx + c$; $3x^3y^2 - 2x^2z$
  Les expressions suivantes ne sont par de polynômes : $\frac{1}{x} + 3x$; $\frac{x+5}{x^2+2}$; $3x^2 + \sqrt{x} - 2$
- Les opérations d'addition, soustraction, et multiplication s'appliquent aux polynômes. Conjointement avec les propriétés de distributivité, commutativité et associativité, il est généralement possible de **réduire les expressions algébriques à leur forme polynômiale la plus simple**.

Réduction ou **simplification** d'expressions algébriques **:**

Il est souvent nécessaire de **simplifier** (c'est à dire raccourcir) une expression algébrique.

L'addition et la soustraction de monôme permet de regrouper les monômes de même forme en additionnant ou soustrayant leurs **coefficients**. On **réduit** ainsi l'expression.

Exemples :

1) 5 pommes + 2 poires – 2 pommes + 6 poires =
2) 5x + 2y – 2x + 6y =
3) $x^3+2x^2-5x+7+4x^3-5x^2+3=$

Exercice 1

Simplifier les expressions ci-dessous :

1) $x + y + 3x + 5y =$
2) $x + 2y - 5x + 8 =$
3) $5x - 6 + y - 6x - 5y =$
4) $x + z - 6y + 4x - 10 =$
5) $4x + 2y - 5x - 6y + z + 3 =$
6) $-2x - 4y - 5z + x + 2y - z + 4 =$
7) $3x + 4 - 6y + 5 - 7x + 5z =$
8) $-5x + 5 - 7y - 8 + 9z - x - 10z =$
9) $xy + z + x + 3z =$
10) $xy + xy + xy + z =$
11) $a + ab - bc - 4ab + 3ac =$
12) $a + b - 3a - 5b + ab - 6 =$
13) $xy + yx =$
14) $ab + bc + ac - 3bc + 4ab - ac =$
15) $10 + 5x + 2y - 5x - 2y - 3 =$
16) $1 - a - c - d + a + b + 3c + 4d - 12 =$

La distributivité :

La multiplication est ***distributive*** sur l'addition (et sur la soustraction) :

$$\boxed{a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c}$$

Exemples :

1) $3\cdot(4+2x)=$
2) $x\cdot(3+2x^2)=$
3) $-(2-x)=$

Double distributivité :

4) $(3+x)(x+2)=$
5) $(2x-1)\cdot(x^2+2)=$

Remarque :

Attention on a que : $x+x=2x$ et $x\cdot x=x^2$

<u>Exercice 2</u>
Réduire les empressions suivantes :

1) $1 + 2 \cdot (x - y) + y =$

2) $3 \cdot (x + 2y) + x - 3y =$

3) $5 - 3(3 - 5x) + x =$

4) $2x - 2 \cdot (1 - x + 3y) + 4x - 6y =$

5) $10 + 3 \cdot (x - 2 - y) - 3y - 5x =$

6) $3 - 5 \cdot (-x - 3y + 2) - 5 + 2x + 5y =$

7) $3x + 2 \cdot (3 + 5x - y) + 6y =$

8) $10 - (3x - 2y + 6) + 4 - 5x - 2y =$

9) $5x - (-3 - 2x - 4y) + 3x + 5 + y =$

10) $12 - (x + y + 1) - 4x - 7y + 6 =$

11) $y - (x - y) + x + y =$

12) $45x + 0 \cdot (234x - 876y + 3) - 19 =$

13) $x^2 + (2 - x)(x + 2y) + (x + 3) \cdot (y + 4x) + y^2 =$

14) $x^2 + (2 - x)(x - 3) - (2x - 5) \cdot (2 - x) + 3x =$

<u>§ 2.2 Equations du premier degré à une inconnue</u>

- Une **équation** à une inconnue est une égalité qui contient une inconnue (un nombre souvent désigné par la lettre ***x***).
- Une **solution** de l'équation est un nombre qui *substitué* dans l'équation (en lieu et place de la lettre) rend l'égalité vraie.
- **Résoudre** une équation signifie « trouver toutes ses solutions ».

<u>Exemple</u> : $3x + 5y + z^2 = 12 + 5xy$ Ceci est une équation avec trois inconnues (x,y et z) et du **deuxième degré**

<u>Exemple</u> :

$x^2 - 3x = 2 - 4x$ est une équation d'inconnue x

- 3 n'est pas une solution car : …………………………………………
- Le nombre 1 est une solution car : ……………………………………….
- Une autre solution est $x = (-2)$, car : …………………………………………

<u>Remarque</u> :
Il n'y a pas besoin de savoir résoudre une équation pour tester si, oui ou non, un nombre donné est solution. Et il est toujours possible d'effectuer une **vérification** quand on pense avoir trouvé une solution.

Nous allons considérer les équations du premier degré à une inconnue.

Exemple : $2x + 4 = 5x - 8$

Problème : Trouver la valeur de ***x*** qui vérifie l'égalité.

En **tâtonnant** on trouve que 4 vérifie cette équation car : $2 \cdot 4 + 4 = 5 \cdot 4 - 8$

On dira que la solution est $\boldsymbol{x = 4}$

Exercice 3 : Chercher, en tâtonnant, les solutions des équations ci-dessous

a) $3x = 15$ b) $4x = 12$

c) $x + 15 = 18$ d) $2x + 8 = 20$

Exercice 4 :
a) Montrer que 2 est solution de l'équation $5x + 1 = 2x + 7$

b) Montrer que $\frac{3}{2}$ est solution de l'équation $3x - 8 = 5x - 11$

§ 2.3 Résolution algébrique d'une équation de 1^er^ degré (ordre 1)

Définition :
On dit que deux équations sont **équivalentes** si elles ont le même ensemble de solutions.

Les techniques de résolution des équations s'appuient sur les propriétés ci-dessous.

Les propriétés de l'égalité :
- Une égalité vraie reste vraie :
  P1 : si on ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres ;
  P2 : si on multiplie ou divise les deux membres par un même nombre non nul.
- Enfin, si on ajoute ou si l'on soustrait deux égalités vraies on obtient une égalité vraie.

Exemples :
a) $x + 13 = 8$ b) $x - 14 = 8$

c) $3x = -24$ d) $\frac{x}{3} = 9$

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes : (voir P1)

a) $x-15=-12$

b) $x+13=-14$

c) $x+12=6$

d) $17+x=15$

e) $17-x=15$

f) $15=18+x$

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes : (voir P2)

a) $4x = 8$

b) $-3x = 12$

c) $23 = x$

d) $5x = -20$

e) $-6x = -72$

f) $-x = 78$

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes :

a)	$3x = 15$	b)	$x - 8 = 3$	c)	$-x = 0$
d)	$-34 = x$	e)	$10x = -90$	f)	$8 + x = 10$
g)	$-7 + x = -13$	h)	$-x = -15$	i)	$-4x = -12$
j)	$-5x = 18$	k)	$-6x = 0$	l)	$-4x = 2$
m)	$2x = 5$	n)	$-2 - x = 5$	o)	$7x = 0$
p)	$-x = 13$	q)	$-2x = 16$	r)	$-4 - x = -7$

Equations du type I Equations simples

$\boxed{ax+b=c}$

Exemple : $3x+5=17$

Exercice 8 :
Résoudre les équations suivantes :

a) $3x+22=-11$

c) $4x-11=-11$

b) $\dfrac{x}{12}+2=10$

d) $\dfrac{x}{5}+7=-8$

Equations du type II Equations **sans** parenthèses et **sans** fractions

$\boxed{ax+b=cx+d}$

Exemples : a) $5x + 12 = 3x – 8$ b) $-3x + 7 = -6x + 8$

Exercice 9 :
Résoudre les équations suivantes

a) $5x + 5 = -3x - 6$
b) $3x + 7 = 9x - 6$
c) $-5x - 6 = -3x + 6$
d) $7x - 7 = 5x - 7$
e) $-5x + 6 = 2x + 6$
f) $12x = 5x$
g) $3x + 6 - 8x = 7x + 1$
h) $-4x + 6 = -8x$
i) $5x = 12 + 6x$
j) $-3x + 4 = 12 - 5x$
k) $-x + 7 = x - 5$
l) $5x + 7 - 4x + 6 = 3x + 5 - x$
m) $x - 5 = -x - 5$
n) $5x + 5 = -12 - 3x$

Ex 10 :

a) $40 = 4x$
b) $-60 = 10x$
c) $45 = -3x$
d) $-60 = -12x$
e) $-6 = -x$
f) $12 = x$
g) $12x + 34 = 5x + 10$
h) $10x - 4 = 7x + 6$
i) $6x - 5 = -5x + 8$
j) $9x - 12 = -7x - 8$
k) $2x - 5x + 4 - x = 6x - 4x + 6 - 9$
l) $-6 + 5x - 9 = 10x$
m) $x + 3 + 2x + 4 + 3x = 0$
n) $0 = 5x -- 9$
o) $9x - 5 + 5x = -7x + 12$
p) $x + x + x + x + x = 78$

Equations du type III Equations **avec** parenthèses et **sans** fractions

$$\boxed{a \cdot (bx + c) = dx + e}$$

Rappel : La distributivité $\boxed{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$

Méthode :
- Simplifier au maximum chacun des membres en utilisant les propriétés du calcul littéral (développer, distribuer, réduire, …) pour se ramener à une équation plus facile à résoudre.
- Isoler et regrouper les termes contenant l'inconnue dans un membre de l'égalité (par exemple à gauche) et les autres dans l'autre membre (par exemple à droite). Pour cela on utilise les propriétés de l'égalité.

Exemple : $4 - 2(3 - 4x) = 10$

Exercice 11 : Résoudre les équations suivantes

a) $5 + 3(4 + 2x) = x$
b) $6 - 2(1 - 3x) = 5 + x$
c) $4 - (5x + 2) = 0$
d) $3x - (2 - x) = 6x$
e) $3x - 3(-2 - x) = 5x + 5$
f) $-2(x - 3) = 3(2x - 4)$

Exercice 12 : Résoudre les équations suivantes

a) $3x - 4 = 10 - (5 - x)$
b) $2 - 3(2x - 1) + x = 3x + 4$
c) $x + 2(1 - 3x) = 7$
d) $2x - 5 = 3 - (4 - x)$

Equations du type IV Equations **sans** parenthèses mais **avec** fractions

Méthode : Il suffit de mettre les **deux** membres de l'équation au **même dénominateur** et de le supprimer. On aura alors une équation du type III

Exemple : $\frac{2x}{3}+2=x+\frac{1}{4}$

Exercice 13 : Résoudre les équations suivantes

a) $2+\frac{x}{3}=\frac{3}{2}$ b) $2+\frac{3x}{10}=\frac{4}{5}$ c) $2x+1=\frac{1}{3}+\frac{x}{4}$ d) $\frac{5}{2}+2x=1$

e) $\frac{x}{2}+\frac{2x}{3}+\frac{3}{4}=0$ f) $1-\frac{2x}{3}+\frac{3}{5}=x$ g) $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=\frac{1}{6}$ h) $\frac{4}{3}-\frac{x}{2}=3x$

Equations du type V Equations **avec** parenthèses et **avec** fractions

Méthode : Il faut d'abord supprimer les parenthèses, puis s'occuper des dénominateurs

Exemple : $\frac{1}{6}+3\cdot(1-2x)=\frac{2}{3}\cdot\left(x-\frac{3}{4}\right)$

Exercice 14 : Résoudre les équations suivantes

a) $\frac{1}{3} + 2(x-5) = 0$

b) $4 - \frac{2}{3}\left(3 - \frac{x}{2}\right) = 0$

c) $2x - 3\left(1 - \frac{2x}{5}\right) = 1$

d) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{1}{4}(x-2)$

e) $3x - 2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = x$

f) $x - \left(\frac{1}{2} + \frac{2x}{3}\right) = 0$

Equations du type VI Equations avec l'inconnue au dénominateur.

$$\boxed{\frac{a}{bx+c} = d}$$

Méthode : utiliser les **proportions,** c'est-à-dire **le produit en croix.**

Exemples :

a) $\frac{4}{x} = \frac{7}{3}$

b) $\frac{5}{2x} = 4$

c) $\frac{2}{2x+1} = \frac{3}{11}$

d) $\frac{3+x}{4x} = \frac{2}{5}$

Exercice 15 : Résoudre les équations suivantes

a) $\frac{x}{3} = \frac{-2}{5}$ b) $\frac{3}{2} = \frac{x}{6}$ c) $5 = \frac{x}{2}$ d) $\frac{7}{x} = \frac{-3}{5}$

Exercice 16 :

a) $\frac{10}{x} = \frac{5}{4}$

b) $\frac{3}{4} = \frac{x}{6}$

c) $\frac{5}{x-3} = \frac{2}{7}$

d) $\frac{9}{11} = \frac{5}{x+6}$

e) $\frac{5}{7} = \frac{3x-2}{2}$

f) $\frac{7}{8} = \frac{5x}{4x-6}$

g) $\frac{5x-3}{4} = 2x-1$

h) $\frac{5}{3x+2} = \frac{2}{4x-3}$

<u>Equations particulières</u> $0x = 0$ ou $0x = A$

<u>Trois situations sont possibles</u> :

1) Une équation admet *une solution* **a** (ou plusieurs si l'équation est d'ordre supérieur à 1). On écrit alors : $S = \{a\}$
2) Une équation n'admet ***pas de solution***. On écrit alors $S = \phi$ ou $S = \{\}$.
3) Une équation admet une ***infinité de solutions***. On écrit alors : $S = \mathbb{R}$

<u>Exemples</u> :

a) $2x+3=2x+8$

b) $3x+3=3\cdot(x+1)$

<u>Exercice 17</u> : Résoudre les équations suivantes

a) $5x + 3 = 5x + 3$

b) $6x + 4 = 6x + 7$

c) $2(x + 6) = 2x + 12$

d) $5x + 4 = 2x + 4$

<u>Remarque</u> :

Des équations ayant des fractions rationnelles, peuvent conduite une solution qui n'est pas solution de l'équation initiale. Il faut toujours vérifier alors si la solution trouvée est convenable.

<u>Exemple</u> :

$$\frac{x+2}{x} = \frac{2x+1}{2x}$$

<u>N.B.</u>

Des équations ayant des fractions rationnelles peuvent parfois conduire à des degrés supérieurs. (Voir chapitre 4).

Exercice 18

a) $\dfrac{3x^2-2x}{3}=\dfrac{2x^2-5x+2}{2}$

b) $\dfrac{x^2-2x+1}{5x}=\dfrac{x-2}{5}$

c) $\dfrac{3x-1}{3}=\dfrac{2x-5}{2}$

d) $\dfrac{7x+2}{2x}=\dfrac{5}{4}$

e) $\dfrac{3x+3}{2x+2}=\dfrac{3}{2}$

f) $\dfrac{3x+1}{3x+4}=\dfrac{x-2}{x}$

§ 2.4 Transformations de formules

Principe :

- La grandeur que l'on veut extraire est à considérer comme l'inconnue d'une équation qu'est la formule de départ, les autres grandeurs étant vues comme des nombres donnés !
- On isole cette grandeur avec les techniques de résolution des équations, à savoir : « On procède dans le sens inverse de la priorité des opérations en utilisant les principes fondamentaux des techniques de résolution P1 & P2 ».

Exemples :

a) $\boxed{v=\dfrac{d}{t}}$ $d=?\ ;\ t=?$

b) $\boxed{P=2\cdot(a+b)}$ $b=?$

c) $\boxed{A=\dfrac{(b_1+b_2)}{2}\cdot h}$ $h=?\ ;\ b_2=?$

Exercice 19

1) $E = mgh$ $h = ?$

2) $P = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_3}$ $m_1 = ?$ $m_3 = ?$

3) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$ $z_3 = ?$ $n_2 = ?$

4) $A = \frac{a+b}{2} \cdot h$ $a = ?$ $h = ?$

5) $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$ $h = ?$

6) $V = \frac{h}{6} \cdot (B_1 + B_2 + 4M)$ $h = ?$ $M = ?$

7) $D_r = \frac{D}{1 + A_v B_v}$ $D = ?$ $A_v = ?$

8) $P = Q \cdot \frac{R - r}{2R}$ $r = ?$

9) $G = \frac{kR_a}{R_i + R_a}$ $R_i = ?$

10) $A = \frac{F + S_a \cdot \alpha}{S_a}$ $F = ?$

11) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ $R = ?$ $R_1 = ?$

12) $Q = \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} \cdot A$ $T_1 = ?$

13) $R = \frac{\lambda L}{A}(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$ $A = ?$ $\alpha = ?$

§ 2.5 Problèmes

Petit dictionnaire (mathématique français)

Langage mathématique :	**Français**
+	
−	
•	
:	

Exercice 20 : Traduire les phrases suivantes en langage mathématique.

1) Un nombre augmenté de 5
2) La somme de deux nombres.
3) Le tiers d'un nombre
4) Les 2/5 d'un nombre
5) Le quintuple d'un nombre
6) Les 12% d'un nombre
7) On retranche 8 au triple d'un nombre
8) On ajoute 16 à la moitié d'un nombre
9) La somme du triple d'un nombre et de la moitié de ce même nombre
10) Le tiers d'un nombre
11) La différence entre deux nombres
12) Le triple d'un nombre vaut 51
13) La différence entre le double d'un nombre et la moitié de ce même nombre vaut 45
14) Un nombre dépasse de 48 le tiers de ce même nombre
15) Les 45 % d'un nombre augmenté<u>s</u> de 98
16) Les 45 % d'un nombre augment<u>é</u> de 98
17) Le double d'un nombre augmenté de 6 vaut 567 de moins que le quadruple de ce même nombre.
18) Les 2/3 d'un nombre valent 25 de plus que le cinquième de ce nombre
19) Les 78% d'un nombre valent 34 de plus que les 23% de ce même nombre
20) Les 3/5 des 6/7 d'un nombre valent 568

Comment résoudre un problème en le mettant en équation ?

Exemple :
Dans une salle de spectacle, si on place 5 élèves par banc, il restera 12 places libres. Si on place 4 élèves par banc, 3 d'entre eux ne pourront pas s'asseoir. Combien y a-t-il de bancs ?

Méthode	Rédaction
• Choisir une inconnue. C'est généralement le nombre cherché *x* . Préciser les conditions concernant l'inconnue.	Soit *x le nombre de bancs*. Ce nombre doit être un entier.
• Traduire toutes les informations de l'énoncé en fonction de *x*.	➢ « Si on place 5 élèves par banc, il restera 12 places libres. » Donc le nombre d'élèves est de $\boxed{5x-12}$. ➢ « Si on place 4 élèves par banc, 3 d'entre eux ne pourront pas s'asseoir. » Donc le nombre d'élèves est $\boxed{4x+3}$
• Trouver l'équation correspondant à l'énoncé.	Dans les deux situations le nombre d'élèves étant le même, on a l'équation : $\boxed{5x-12=4x+3}$
• Résoudre l'équation.	On a successivement : $5x-4x=+3+12$ $x=15$
• Conclure.	$S=\{15\}$. *Il y a 15 bancs dans cette salle.*
• Vérifier le résultat en revenant à l'énoncé.	D'une part : $5\cdot15-12=75-12=63$ élèves ; D'autre part : $4\cdot15+3=60+3=63$ élèves. La réponse est donc juste.

Exercice 21 :
Résoudre les problèmes ci-dessous en posant une équation.

a) Le double d'un nombre vaut 170. Quel est ce nombre ?
b) Les 8/9 d'un nombre valent 160. Quel est ce nombre ?
c) On ajoute la moitié d'un nombre au quart de ce même nombre et on trouve 270. Quel est ce nombre ?
d) On retranche 5 au cinquième d'un nombre et on trouve 54. Quel est ce nombre ?
e) Les 3/4 d'un nombre augmenté<u>s</u> de 5 donnent 80. Quel est ce nombre ?
f*) Les 3/4 d'un nombre augment<u>é</u> de 5 donnent 81. Quel est ce nombre ?
g) La somme de trois entiers consécutifs donne 63. Quels sont ces nombres ?

Exercice 22 :
Résoudre les problèmes ci-dessous en posant une équation.

1) Le tiers d'un nombre, augmenté de la moitié de ce nombre vaut 75. Quel est ce nombre ?
2) Un nombre augmenté de ses 50% est égal à 15. Quel est ce nombre ?
3) La somme de 4 nombres consécutifs vaut 86. Quels sont ces nombres ?
4) Les 3/4 d'un nombre, augmentés des 10% de ce nombre sont égaux à 136. Quel est ce nombre ?
5) Les 2/3 des 5/7 d'un nombre sont égaux à 100. Quel est ce nombre ?
6) Trouver un nombre dont le quadruple diminué de 7 égale le double augmenté de 19.
7) Si on ajoute 6 à la moitié d'un nombre, on trouve son triple diminué de 14. Quel est ce nombre ?
8) En multipliant un nombre par 12, on l'augmente de 253. Quel est ce nombre ?
9) On obtient le même résultat en ajoutant 5 aux deux tiers d'un nombre qu'en ôtant deux aux trois quarts de ce nombre. Quel est ce nombre ?
10) Si on enlève 76 aux cinq huitièmes d'un nombre, on trouve les deux septièmes de ce nombre. Quel est ce nombre ?
11) La longueur d'un rectangle mesure la double de sa largeur. Que vaut sa largeur si son périmètre vaut 27 cm ?
12) Trouver trois nombres consécutifs dont la somme fait 624.
13) Partager 8400 Frs entre deux personnes de sorte que la part de la première soit le quart de la part de la deuxième.
14) Partager 1500 Frs entre trois personnes de sorte que la deuxième ait 150 Frs de plus que la première et que la troisième ait 30 Frs de plus que la deuxième.

Exercice 23 :

L'aire du triangle de base ***b*** et de hauteur ***h*** est donnée par la formule : $A = \frac{b \cdot h}{2}$

a) Que vaut l'aire d'un triangle de 8 cm de base et de 10 cm de hauteur ?
b) Que vaut la base d'un triangle dont l'aire vaut 50 cm^2 et sa hauteur vaut 8 cm ?
c) Que vaut la hauteur d'un triangle dont l'aire vaut 200 cm^2 et la base 100 cm ?

Exercice 24 :

L'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $A = \frac{b+B}{2} \cdot h$

a) Que vaut l'aire d'un trapèze si ***b*** = 2 cm, ***B*** = 10 cm et ***h*** = 8 cm ?
b) Que vaut la hauteur (***h***) d'un trapèze dont l'aire vaut 90 cm^2, la petite base (***b***) vaut 4 cm et la grande (***B***) vaut 26 cm ?
c) Que vaut la petite base (***b***) d'un trapèze dont l'aire vaut 128 cm^2, sa hauteur vaut 8 cm et sa grande base (***B***) vaut 22 cm ?

Exercice 25 :
Le volume d'un cylindre est donné par la formule : $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$
a) Que vaut le volume d'un cylindre de 3 cm de rayon et de 5 cm de hauteur ?
b) Que vaut la hauteur d'un cylindre de 15 cm de rayon et dont le volume vaut 7000 cm^3 ?

Exercice 26 moyenne (en km/h) est donnée par la formule : $V = \frac{d}{t}$

où ***t*** est le temps (en heures) mis pour parcourir la distance ***d*** (en km)

a) Quelle est la vitesse moyenne d'une automobile qui a parcouru 150km en 2 h et demi ?
b) Quelle distance parcourt une voiture qui roule à 80 km/h pendant 3h ?
c) Combien de temps mettra une voiture roulant à 80 km/h pour parcourir 60 km ?

Exercice 27 :
La formule des intérêts composés est : $i = C \cdot t \cdot n$

Où ***i*** est l'intérêt obtenu en plaçant un capital ***C*** pendant ***n*** années à un taux ***t***

a) Que rapportent 2000 frs placés à 2% pendant 4 ans ?
b) Combien de temps faut-il placer 3000 frs à 5% pour obtenir 450 frs d'intérêts ?
c) A quel taux faut-il placer 2000 frs pendant 5 ans pour qu'ils nous rapportent 800 frs ?

Exercice 28 :
Un ouvrier gagne 150 Fr. pour 8 heures de travail.
a) Que gagne-t-il en 10 heures ?
b) Pour gagner 525 Fr. combien d'heures doit-il travailler ?

Exercice 29 :
Un commerçant achète 455 articles pour 1137,50 Fr. Que devra-t-il payer pour un achat de 645 articles ?

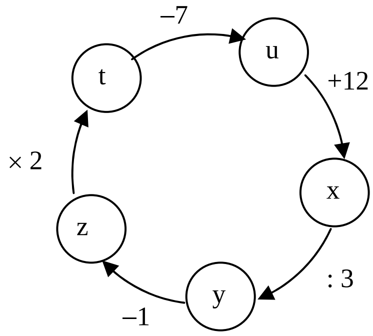
Exercice 30 :
Une voiture consomme 5 litres d'essence pour parcourir 80 km.
a) Combien consommera-t-elle pour parcourir 100 Km ?
b) Quelle distance peut-elle parcourir avec 24 litres d'essence ?

Exercice 31* :
Un billet de train avec 20 % de réduction coûte 100 Fr.
Combien coûte un billet sans réduction pour le même trajet ?

§ 2.6 Exercices supplémentaires

Ex 1

Voici une situation qui, malgré ses 5 inconnues apparentes et sa présentation peu usuelle n'est pas si difficile à démêler. Trouver x, y, z, t et u.



Ex 2

Un père de famille propose un marché à son fils pour l'encourager à travailler : quand son fils obtient une note au-dessus de la moyenne, il lui donne 20 Fr. Par contre son fils doit lui donner 15 Fr. s'il a une note inférieure à la moyenne. Au bout de 10 notes le fils gagne 95 F. Combien a-t-il eu de notes supérieures à la moyenne ?

Ex 3

Trois élèves achètent 45 petits pains au chocolat pour les revendre à la récréation. Ils paient les petits pains 2,50 Fr. et les revendent en principe 4 Fr. Mais à la fin de la récréation approche, et il leur reste encore des petits pains ; ils décident alors de les vendre 3 Fr. Finalement ils ont vendu tous les petits pains et ont réalisé un bénéfice de 59,50 Fr. Combien ont-ils vendu de petits pains à 4 Fr. ?

Ex 4

Pour convaincre un client d'acheter un téléviseur, le vendeur lui propose de payer en trois fois sans frais : 20% à la commande puis le $\frac{2}{5}$ du prix lors de la réception du téléviseur et enfin le reste, soit 700 Fr., dans un mois. Quel est le prix du téléviseur ?

Ex 5

Trouver trois nombres pairs consécutifs dont la somme soit égale à 198.

Ex 6

Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{4}{3}x-\frac{1}{5}=x+2$

b) $2\cdot(x-4)-(x-2)\cdot 4=(x-5)\cdot 2-4$

c) $2\cdot(3x-4)-(x+2)\cdot 3=0$

d) $x-1=\frac{x^2+2}{x-2}$

e) $\frac{3}{2}\cdot(x+2)-(x+2)\cdot 2=5x$

Ex 7

Un rectangle a une largeur de 8 cm et une longueur de 12 cm. De combien faut-il diminuer la longueur pour que l'aire diminue de 24 cm^2.

Ex 8

Pour trouver le prix d'une course en taxi, on compte 1,50 Fr. par kilomètre puis on ajoute 3,50 Fr. de prise en charge. Calculer la longueur d'un trajet qui a coûté 45,50 Fr.

Ex 9

Pour trouver le montant de ma facture d'électricité, je compte l'abonnement à 48 Fr. par période. Il faut ajouter à cela 14 cts le KWH. Quelle a été ma consommation en KWH si le montant de la facture est de 250,30 Fr. pour une période ?

Ex 10

Le périmètre d'un rectangle est de 112 cm. Sa largeur mesure 12 cm de moins que sa longueur. Trouver ses dimensions.

Ex 11

Le périmètre d'un rectangle est de 54 cm. Sa largeur est égale aux 4/5 de sa longueur. Trouver ses dimensions.

Ex 12

Des bouteilles ont une capacité de 1 litre. On n'a pas de poids pour les peser, mais à l'aide d'une balance à deux plateaux on constate que :

- toutes les bouteilles ont le même poids
- deux bouteilles pleines d'eau équilibrent 18 bouteilles vides.

Trouver le poids d'une bouteille vide.

Ex 13

Un porte-monnaie contient des pièces de 1 Fr., 2 Fr. et 5 Fr. Il y a autant de pièces de 2 Fr. que de pièces de 5 Fr. Il y a deux fois plus de pièces de 1 Fr. que de pièces de 5 Fr. La somme totale est de 27 Fr. Trouver le nombre de pièces de chaque sorte.

Ex 14

Un triangle a une hauteur de 8 cm. Si on augmente la hauteur de 4 cm, l'aire augmente de 24 cm^2. Combien mesure la base de ce rectangle ?

Ex 15

Un enfant a 12 ans, alors que son père est trois fois plus âgé. Décider s'il est possible qu'un jour ce père soit seulement deux fois plus âgé que son enfant. Si c'est possible, trouver dans combien d'années ce sera le cas.

Ex 16

Une mère a 32 ans et ses deux enfants ont 8 ans et 10 ans. Trouver dans combien d'années la somme des âges des deux enfants sera égale à l'âge de leur mère.

Ex 17

La largeur d'un rectangle est égale au quart de sa longueur. Si on augmente la longueur de 7 cm et la largeur de 2 cm, on constate que l'aire augmente de 59 cm^2. Trouver les dimensions initiales du rectangle.

Solutions

Ex 1 :	*1) 4x+6y*	*2) -4x + 2y + 8*	*3) -x - 4y - 6*	*4) 5x-6y+z-10*
	5) -x-4y+z+ 3	*6) -x-2y-6z + 4*	*7) -4x-6y+5z+9*	*8) -6x-7y-z-3*
	9) x+4z+xy	*10) 3xy+z*	*11) a-3ab-bc+3ac*	*12) -2a-4b+ab-6*
	13) 2xy	*14) 5ab - 2bc*	*15) 7*	*16) b+2c+3d-11*

Ex 2 :	*1) 2x - y + 1*	*2) 4x + 3y*	*3) 16x - 4*
	4) 8x - 12y - 2	*5) -2x - 6y + 4*	*6) 7x + 20y - 12*
	7) 13x + 4y + 6	*8) -8x + 8*	*9) 10x + 5y + 8*
	10) -5x - 8y + 17	*11) 3y*	*12) 45x - 19*

Ex 3 : a) 5 b) 3 c) 3 d) 6

Ex 5 :	*a) 3*	*b) -27*	*c) -6*	*d) -2*	*e) 2*	*f) -3*
Ex 6 :	*a) 2*	*b) –4*	*c) 23*	*d) -4*	*e) 12*	*f) -78*
Ex 7 :	*a) 5*	*b) 11*	*c) 0*	*d) -34*	*e) -9*	*f) 2*
	g) -6	*h) 15*	*i) 3*	*j) -18/5*	*k) 0*	*l) -1/2*
	m) 5/2	*n) -7*	*o) 0*	*p) –13*	*q) –8*	*r) 3*
Ex 8:	*a)-11*	*b)96*	*c)0*	*d)-75*		

Ex 9:	*a) -11/8*	*b) 13/6*	*c) -6*	*d) 0*	*e) 0*	*f) 0*	*g) 5/12*
	h) -3/2	*i) -12*	*j) 4*	*k) 6*	*l) 8*	*m) 0*	*n) -17/8*

Ex 10 :	*a) 10*	*b) -6*	*c) -15*	*d) 5*	*e) 6*	*f) 12*
	g) -24/7	*h) 10/3*	*i) 13/11*	*j) 1/4*	*k) 7/6*	*l) -3*
	m) -7/6n) 9/5		*o) 17/21*	*p) 78/5*		
Ex 11	*a) -17/5*	*b) 1/5*	*c) 2/5*	*d) -1*	*e) -1*	*f) 9/4*
Ex 12	*a) 9/2*	*b) 1/8*	*c) -1*	*d) 4*		
Ex 13	*a) -3/2*	*b) -4*	*c) -8/21*	*d) -3/4*		
	e) -9/14	*f) 24/25*	*g) 10/47*	*h) 8/21*		
Ex 14	*a) 29/6*	*b) -6*	*c) 5/4*	*d) -6/11*	*e) 3/4*	*f) 3/2*
Ex 15	*a) -6/5*	*b) 9*	*c) 10*	*d) -35/3*		
Ex 16	*a) 8*	*b) 9/2*	*c) 41/2*	*d) 1/9*		
	e) 8/7	*f) -7/2*	*g) 1/3*	*h) 19/14*		

Ex 17	*a) infinité de solutions*	*b) pas de solution*
	c) infinité de solutions	*d) !!! une solution : x = 0*

Ex 18 a) $\frac{6}{11}$; b) pas de solution ; c) pas de solution ;

d) $-\frac{4}{9}$; e) infinité de solutions ; f) $-\frac{8}{3}$

Ex 19

1) $h=\frac{E}{mg}$; 2) $m_1=\frac{P\cdot m_3}{f\cdot m_2}$; $m_3=f\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{P}$; 3) $z_3=\frac{z_2\cdot z_4\cdot n_2}{z_1\cdot n_1}$; $n_2=\frac{n_1\cdot z_1\cdot z_3}{z_2\cdot z_4}$

4) $a=\frac{2A}{h}-b$; $h=\frac{2A}{a+b}$; 5) $h=\frac{4V}{\pi\cdot d^2}$; 6) $h=\frac{6V}{B_1+B_2+4M}$; $M=\frac{\frac{6V}{h}-B_1-B_2}{4}$

7) $D=D_r\cdot(1+A_vB_v)$; $A_v=\frac{\frac{D}{D_r}-1}{B_v}$; 8) $r=R-\frac{2PR}{Q}$; 9) $R_i=\frac{kR_a}{G}-R_a$; 10) $F=S_a\cdot\left(A-\alpha\right)$

11) $R=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$; $R_1=\frac{1}{\frac{1}{R}-\frac{1}{R_2}}$; 12) $T_1=\frac{Q\cdot L}{A\cdot\lambda}+T_2$; 13) $A=\frac{\lambda\cdot L}{R}(1+\alpha\cdot\Delta\theta)$; $\alpha=\frac{\frac{A\cdot R}{\lambda\cdot L}-1}{\Delta\theta}$

Ex 20 ...

Ex 21 a) 85 b) 180 c) 360 d) 295 e) 100 f) 103 g) 20, 21, 22

Ex 22 1) 90 ; 2) 10 ; 3) 20, 21, 22, 23 ; 4) 160 ; 5) 210 ; 6)13 ; 7) 8 ; 8) 23 ; 9) 84 ; 10) 224 ; 11) 4,5 ; 12) 207, 208, 209 ; 13) 6720 Fr. et 1680 Fr. ; 14) 390 Fr., 540 Fr. et 570 Fr.

Ex 23 a) 40 cm^2 ; b) 12.5 cm ; c) 4 cm

Ex 24 a) 48 cm^2 ; b) 6 cm; c) 10 cm

Ex 25 a) 141,3 cm^3 ; b) 9,91 cm

Ex 26 a) 60 km/h ; b) 240 km ; c) 0,75 h

Ex 27 a) 160 Fr. ; b) 3 ans ; c) 8%

Ex 28 a) 187,50 Fr. ; b) 28 h ;

Ex 29 1612,50 Fr.

Ex 30 a) 6,25 litres ; b) 384 Km ;

Ex 31 125 Fr.

Exercices supplémentaires

Ex 1 : $x=9$; $y=3$; $z=2$; $t=4$; $u=-3$

Ex 2 : Il a eu 7 notes supérieures à la moyenne.

Ex 3 : Ils ont vendu 37 petits pains à 4 Fr.

Ex 4 : Le prix du téléviseur est de 1750.- Fr.

Ex 5 : Les trois nombres pairs sont : 64 , 66 et 68.

Ex 6 : a) $x=\frac{33}{5}$ *; b)* $x=\frac{7}{2}$ *; c)* $x=\frac{14}{3}$ *; d)* $x=0$ *; e)* $x=-\frac{2}{11}$

Ex 7. Il faut diminuer la longueur de 3 cm.

Ex 8. La longueur du trajet est de 28 km.

Ex 9. Ma consommation est de 1445 KWH pour une période.

Ex 10. Les dimensions sont : 22 cm et 34 cm.

Ex 11. Les dimensions sont : 15 cm et 12 cm.

Ex 12. Le poids d'une bouteille vide est de 125 grammes

Ex 13. Un porte-monnaie contient 3 pièces de 5 Fr., 3 pièces de 2 Fr. et 6 pièces 1 Fr.

Ex 14. La base mesure 12 cm.

Ex 15. C'est possible. Dans 12 ans ce sera le cas.

Ex 16. Dans 14 ans ce sera le cas.

Ex 17. Les dimensions initiales du rectangle sont 3 cm et 12 cm.