

4. Proportions et pourcentages



§ 4.1 Grandeurs directement proportionnelles

Exemple :

Un ouvrier gagne 152 Fr. pour 8 heures de travail. Pour doubler, tripler, ... son salaire, l'ouvrier doit doubler, tripler, ... son temps de travail.

	× 2		
	↔		
Temps de travail en heures	8 h	16 h	24 h
Salaire en francs	152 Fr.	304 Fr.	456 Fr.

↪ × 19
(Coefficient de proportionnalité)

Règles :

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si l'on peut calculer la mesure de l'une en multipliant la mesure de l'autre par un nombre, toujours le même appelé **coefficient de proportionnalité**.

« Dans une situation de proportionnalité illustrée par un tableau, on peut passer d'une colonne à l'autre en multipliant par un même nombre les deux grandeurs. »

« Dans une situation de proportionnalité illustrée par un tableau, on peut passer d'une ligne à l'autre en multipliant par un même nombre les deux grandeurs. (Coefficient de proportionnalité) »

Exercice 1 :

Voici le coût de l'affranchissement d'une lettre en fonction de son poids :

Poids de la lettre en grammes	20 g	40 g	60 g	120 g
Prix du timbre en francs	1,10 Fr.	1,80 Fr.	2,80 Fr.	5 Fr.

D'après les données du tableau, le prix du timbre est-il proportionnel au poids de la lettre ? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

Voici le prix de l'essence payé à la même pompe par plusieurs automobilistes. Compléter le tableau ci-dessous.

Quantité en litres	10	5	15	20			
Prix payé en francs	15				240	480	300

Exercice 3 :

a) Le périmètre d'un carré est-il proportionnel à son côté ?

Côté d'un carré en cm	2	3	4	5	6
Périmètre du carré en cm					

b) L'aire d'un carré est-elle proportionnelle à son côté ?

Côté d'un carré en cm	2	3	4	5	6
Aire du carré en cm ²					

Exercice 4 :

Un chauffeur de taxi fait payer 2,50 Fr. par kilomètre et une prise en charge de 10 Fr.

Distance en Km	2	3	4	5	6
Prix à payer en Fr.					

Y a-t-il proportionnalité entre les deux grandeurs ?

Exercice 5 :

Dans un magasin, pour 3 kg de pommes on paie 10,50 Fr.

Que paierait-on pour 4 kg ? Et pour 5 kg ?

Exercice 6 :

Les cartouches d'encre (tonner) pour une imprimante laser sont en vente sous la forme de deux modèles : 125 Fr. pour 2500 pages ; 40 Fr. pour 1000 pages.

Y a-t-il proportionnalité entre le prix et le nombre de pages ? Justifier la réponse.

Exercice 7 :

Voici les ingrédients des « courgettes au chèvre frais » pour 2 personnes :

- | |
|--|
| <p><i>Courgettes au fromage de chèvre</i></p> <ul style="list-style-type: none">❖ 3 courgettes de taille moyenne❖ 150 g de chèvre frais❖ 1 œuf❖ 1 échalote❖ sel❖ poivre |
|--|

Laure veut inviter des amis et leur confectionner cette recette. Elle fait l'inventaire de ce qu'elle a : 10 courgettes, 350 g de chèvre frais, 6 œufs, 5 échalotes, 500 g de sel et du poivre. Combien peut-elle inviter d'amis ?

§ 4.2 Les unités de temps et de vitesse



Le temps :

En physique l'unité de temps de référence est la **seconde** mais bien sûr se déclinent toutes les différentes unités de temps dans des bases souvent non décimales.

$$1000^{\text{ème}} \text{ de seconde} = 0,001 \text{ s} = 1 \text{ ms}$$

$$100^{\text{ème}} \text{ de seconde} = 0,01 \text{ s}$$

$$10^{\text{ème}} \text{ de seconde} = 0,1 \text{ s}$$

La seconde = 1 s = Le Temps Atomique International¹

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ j} = 24 \text{ h}$$

$$1 \text{ mois} \approx 30 \text{ j}$$

$$1 \text{ an} = 12 \text{ mois}$$

...

Le vitesse :

Par définition :

$$\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \quad v = \frac{d}{t}$$

Le plus couramment on mesure la vitesse en [m/s] et [km/h]

N.B. Le coefficient 3,6 permet de passer de l'une à l'autre.

Exercice 1 :

Transformer en minutes les durées suivantes :

a) 3h 47min

c) 1h 2min

e) 2h 25min

b) 4h 22min

d) 2h 7min

Exercice 2 :

Transformer en secondes les durées suivantes :

a) 1min 54s

c) 5min 3 s

e) 2h 4 min

b) 4min 9s

d) 3min 43 sec

¹ La "dernière définition de la Seconde" a été proclamée sur proposition de la Conférence Générale des Poids et Mesures de 1967 comme : "1 Seconde = 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à une transition de l'atome de Césium 133"

Exercice 3 :

Transformer en heures et minutes les durées suivantes :

a) 402 min

b) 192 min

c) 96 min

d) 249 min

e) 3720 s



Exercice 4 :

La montre de Jérôme avance chaque jour de 2min 19s. De combien de minutes et secondes se décale-t-elle en une semaine ?

Exercice 5 :

Un train part de Marseille à 7h45 et arrive à Paris à 11h45. La distance parcourue est de 780 km.

a) Quelle est la vitesse moyenne durant le trajet ?

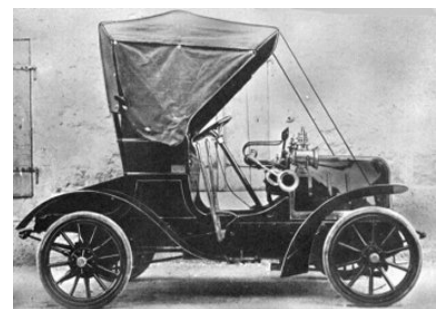
b) A la même vitesse en combien de temps ce même train parcourrait une distance de 1'170 km. ?

Exercice 6 :

Une voiture roule sur l'autoroute à la vitesse moyenne de 120 Km/h.

a) Quelle distance fera-t-elle en 2h30min ?

b) Combien de temps mettra-t-elle pour parcourir 90 Km ?



Exercice 7 :

1) Transformer en heure et minutes : a) 3,7 h ; b) 0,8 h ; c) 2,25 h ; d) 4,3 h ; e) 1,2 h


2) Transformer en heure : a) 2h30min ; b) 3h36min ; c) 1h45min ; d) 24min ; e) 4h6min

§ 4.3 La 4^{ème} proportionnelle

La règle de trois ou la 4^{ème} proportionnelle

Une proportion est une égalité entre deux rapports.

Grandeur A	A_1	A_2
Grandeur B	B_1	B_2

On peut écrire : $\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2}$ 

La règle de trois, la 4^{ème} proportionnelle ou encore appelé le **produit en croix** nous permet d'écrire :

$$A_1 \cdot B_2 = A_2 \cdot B_1$$

Donc en connaissant 3 grandeurs, on déduit la 4^{ème}.

Exemples :

a) $\frac{4}{5} = \frac{x}{15}$ alors : $x = \frac{4 \cdot 15}{5} = \frac{60}{5} = 12$

b) $\frac{20}{8} = \frac{25}{x}$ alors : $x = \frac{8 \cdot 25}{20} = \frac{200}{20} = 10$

Exercice 1 :

Un ouvrier gagne 150 Fr. pour 8 heures de travail.

a) Que gagne-t-il en 10 heures ?

b) Pour gagner 525 Fr. combien d'heures doit-il travailler ?

Exercice 2 :

Un commerçant achète 455 articles pour 1137,50 Fr. Que devra-t-il payer pour un achat de 645 articles ?

Exercice 3 :

Une voiture consomme 5 litres d'essence pour parcourir 80 km.

a) Combien consommera-t-elle pour parcourir 100 Km ?

b) Quelle distance peut-elle parcourir avec 24 litres d'essence ?

Exercice 4 :

Au mois d'octobre 2002, on a que 250 € valaient 365 Fr. (suisses).

a) Que valaient 450 Fr. en euro ?

b) Que valaient 350 € en francs suisses ?

Exercice 5 :

Un peintre en bâtiment utilise 5 kg de peinture pour peindre un mur carré de 3 m de côté.

Quelle quantité de peinture faudra-t-il pour peindre un mur carré de 6 m de côté ?

Exercice 6 :

Une famille de 4 personne a passé 7 jours en pension dans un hôtel et a payé 7'000 Fr. Combien devra payer une famille de 5 personnes pour passer 6 jours dans les mêmes conditions ?

Exercice 7 :

Le champion du monde canadien Bailey a parcouru le 100 m en 9 secondes 84 centièmes. S'il passait à la même vitesse dans une zone d'école, où la vitesse est limitée à 30 Km/h serait-il passible d'une amende ?

Exercice 8 :

Un terrain de tennis mesure environ 24 m de long. Au départ d'un service, une balle aurait atteint 240 Km/h. Combien de temps a-t-il fallu à cette balle pour traverser le terrain ?

§ 4.3 Les pourcentages

- **Définition** : Un **pourcentage** exprime un rapport rapporté à 100.

$$0,35 = \frac{35}{100} = 35\%$$

- **Calculer un pourcentage** :

Exemple :

Dans une école de 250 élèves, 80 sont demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans cette école ?

Méthode 1 :

$$\frac{80}{250} = \frac{x}{100\%} \quad \text{donc : } x = 32\%$$

Méthode 2 :

$$\frac{80}{250} = 0,32 = \frac{32}{100} = 32\%$$

Réponse : Le pourcentage de demi-pensionnaires dans cette école est de 32 %.

- **Le pourcentage de quelque chose** :

Exemple :

On accorde un rabais de 25% sur une robe qui coûte 280.- Fr. Quel est le rabais en francs et quel est le nouveau prix ?

Méthode 1 : Le rabais est de :

$$\frac{25\%}{100\%} = \frac{x}{280 \text{ Fr.}} \quad \text{donc : } x = 70 \text{ Fr.}$$

Méthode 2 : Le rabais est de :

$$\frac{25}{100} \cdot 280 = \dots = 70.- \text{ Fr}$$

Le nouveau prix est donc : $280 - 70 = 210.- \text{ Fr}$

Méthode 3 :

$$75\% \text{ de } 280 = 210.- \text{ Fr}$$

- **Le tout ou les 100 %** :

Exemple :

Si un rabais de 20% donne une réduction de 10 Fr. sur un livre, quel est le prix sans ce rabais ?

$$\frac{20\%}{100\%} = \frac{10 \text{ Fr.}}{x} \quad \text{donc : } x = 50 \text{ Fr.} \quad \text{Le livre coûte 50 Fr. sans le rabais.}$$

Exercice 1 :

Calculer l'effet des augmentations suivantes :

- 500 billes augmentées de 1 %
- 280.- Fr. augmentés de 10 %
- 88 dl augmentés de 25 %

Exercice 2 :

Trouver les grandeurs dont :

- les 3 % font 144 cm^3
- les 8 % font 56 mm
- les 1,5 % font 66 ha.
- les 200 % font 640 moutons
- les 75 % font 0,8 kg
- les 101,4 % font 12 dl

Exercice 3 :

Vincent aime son café lorsqu'il est composé de 60 ml de café et de 15 ml de crème. Mylène préfère le sien avec 150 ml de café et 37,5 ml de crème. Lequel aime un café de goût plus crémeux ?

Exercice 4 :

- Un crémier achète 2'000 œufs et 1,5 % des œufs se cassent pendant le transport. Combien reste-t-il d'œufs à ce crémier ?
- D'après un sondage d'opinion, 7 personnes sur 20 ne s'intéressent pas aux retransmissions télévisées de football. Quel pourcentage cela représente-t-il ?
- Dans un collège de 642 élèves, 45 % sont des garçons. Quel est le pourcentage de filles dans ce collège ?

Exercice 5 :

Si l'eau représente 59 % de la masse du corps humain, combien y a-t-il d'eau dans le corps d'une personne pesant 70 kg ?

Exercice 6 :

Le prix d'un vélo est de 530 Fr. En période de soldes, ce prix est réduit de 20 %. Quel est le prix en soldes ?

Exercice 7 :

Loïc obtient 85 % de bonnes réponses à un contrôle de biologie comportant 20 questions. Combien a-t-il donné de réponses fausses ?

Exercice 8 :

Une paire de chaussures coûte 200 Fr. Son prix augmente de 3 %. Quel est le nouveau prix ?

Exercice 9 :

Le propriétaire d'un magasin de vidéos et DVD, achète 420 DVD pour la somme de 13'923 Fr. Il veut réaliser un bénéfice de 40 %. A quel prix doit-il vendre chaque disque ?

Exercice 10* :

Un billet de train avec 20 % de réduction coûte 100 Fr.
Combien coûte un billet sans réduction pour le même trajet ?

Exercice 11* :

On a goudronné le 60 % d'un chemin, soit 540 mètres. Quelle longueur reste-t-il à goudronner ?
Quelle est la longueur du chemin ?

§ 4.4 Grandeurs inversement proportionnelles

Exemple :

Deux ouvriers mettent 12 heures pour construire un mur. Combien d'heures mettraient 4 ouvriers pour construire le même mur ?

Nombre d'ouvriers	2	1	3	4
Nombres d'heures	12	24	8	6

The diagram shows a table with two rows: 'Nombre d'ouvriers' and 'Nombres d'heures'. The values are 2, 1, 3, 4 in the first row and 12, 24, 8, 6 in the second row. The last column is shaded. Above the table, an arrow points from 2 to 1 with '÷ 2' above it, and another arrow points from 12 to 24 with '× 2' above it. Below the table, an arrow points from 3 to 4 with '× 2' below it, and another arrow points from 8 to 6 with '÷ 2' below it.

Réponse : 4 ouvriers mettraient 6 heures pour construire ce mur.

Avant de résoudre les exercices, déterminer d'abord s'il s'agit de grandeurs directement ou inversement proportionnelles.

Exercice 1 :

Quatre dactylos ont mis 8 heures pour taper un rapport de 160 pages. Combien de temps mettraient six dactylos pour taper ce même rapport ?

Exercice 2 :

Un robinet qui débite 18 litres à la minute met 28 heures pour remplir un bassin. Quel temps mettrait-il si son débit était de 42 litres à la minute ?

Exercice 3 :

Douze vaches mangent une provision de foin en 5 mois. Combien de temps aurait duré cette provision avec un troupeau de neuf vaches ?

Exercice 4 :

Pour tapisser une chambre, il faut 71 rouleaux et demi de papier peint, de 60 cm de large. Combien faudra-t-il acheter de rouleaux de même longueur, mais de 75 cm de large, pour tapisser cette même pièce ?

Exercice 5 :

Une provision de sucre suffit à l'alimentation de 720 personnes pendant 24 jours. Que durerait la même provision s'il fallait nourrir 880 personnes ?

Exercice 6 :

A la vitesse de 85,5 Km/h un train met 3h15 min. pour rallier Paris à Bruxelles. Combien de temps durera ce trajet si l'on augmente la vitesse moyenne de ce train de 12 Km/h ?

Exercice 7 :

30 ouvriers ont creusé une tranchée en 96 heures. Combien de temps 24 de ces ouvriers auraient-ils mis pour effectuer le même travail.

Exercice 8 :

Un organisateur d'excursion fait des provisions pour 6 jours, prévues pour 12 personnes. Finalement, 18 personnes participent à l'excursion. Combien de temps les provisions dureront-elles ?

Exercice 9 :

8 poules pondent 8 œufs en 8 jours. Combien pondent 4 poules en 4 jours ?



§ 4.5 Exercices supplémentaires

Exercice 1 :

En arrivant à l'aéroport, l'hôtesse annonce: « la température au sol est de 86 degrés Fahrenheit, soit 30 degrés Celsius. » Quelques heures plus tard, dans son hôtel climatisé, le thermomètre que Jérôme a dans son sac indique 20°C; celui de l'hôtel affiche 68°F. Les températures² en °C et en °F sont-elles proportionnelles ?

Exercice 2 :

Aux Etats-Unis, ayant loué une voiture, David parcourt 798 miles* avec 31.21 gallons d'essence*. Quelle est la consommation en litres de cette voiture pour 100 km? (* 1 mile= 1609 mètres; 1 gallon US = 3,785 L)

Exercice 3 :

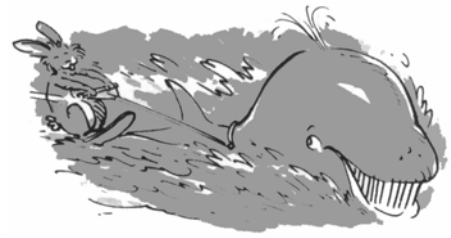
Raphaël et Gérard comparent la consommation moyenne de leurs voitures :
- celle de Raphaël consomme 7 litres pour 100 km.
- celle de Gérard consomme 10,5 litres pour 150 km.
Quelle voiture consomme le moins ?

² Remarque : $^{\circ}\text{F} = ((9 \times ^{\circ}\text{C}) / 5) + 32$ $^{\circ}\text{C} = ((^{\circ}\text{F} - 32) \times 5) / 9$

Exercice 4 :

Qui est le plus rapide :

- le lièvre qui parcourt 300 m en une minute ;
- la baleine qui parcourt 12 m en une seconde ?



Exercice 5 :

Une imprimante a un débit de 8 pages par minute.
En combien de temps imprimera-t-elle un document de 360 pages ?

Exercice 6 :

Pour 1 € on reçoit 1,6 CHF. Combien recevrait-on pour 15 € ?

Exercice 7 :

Trois ouvriers construisent un mur en 6 heures.
Combien de temps mettront 5 ouvriers pour le même travail ?

Exercice 8 :

Lucien achète un livre marqué 37 \$. Il faut ajouter 8,25% de taxes au "prix net" des étiquettes.
Sachant que 2'000 \$ lui ont coûté 2'300 €, à combien lui revient ce livre en euros?

Solutions

Page 1 & 2 : *Ex 1 : non ;* *Ex 2 : Quantité en litres : 160 ; 320 ; 200. Prix en francs : 7,5 ; 22,5 ; 30*
Ex 3 : a) 8 ; 12 ; 16 ; 20 ; 24 ; Oui b) 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; Non
Ex 4 : Prix à payer : 15 ; 17,50 ; 20 ; 22,50 ; 25 ; Non
Ex 5 : 14 Fr. ; 17,50 Fr. ; Ex 6 : Non ; Ex 7 : Laure et 3 personnes.

Page 3 & 4 : *Ex 1 : a) 227 min ; b) 262 min ; c) 62 min ; d) 127 min ; e) 145 min ;*
Ex 2 : a) 114 s ; b) 249 s ; c) 303 s ; d) 223 s ; e) 7440 s ;
Ex 3 : a) 6h42min ; b) 3h12min ; c) 1h36min ; d) 4h9min ; e) 1h2min ;
Ex 4 : 16 min et 13 s Ex 5 : a) 195 Km/h ; b) 6 h ; Ex 6 : a) 300 Km ; b) 45 min.
Ex 7 : 1) a) 3h42min ; b) 48min ; c) 2h15min ; d) 4h18min ; e) 1h12min ;
2) a) 2,5h ; b) 3,6h ; c) 1,75h ; d) 0,4h ; e) 4,1h

Page 5 & 6 : *Ex 1 : a) 187,50 Fr. ; b) 28 h ; Ex 2 : 1612,50 Fr. Ex 3 : a) 6,25 litres ; b) 384 Km ;*
Ex 4 : a) 308,20 € ; b) 511 CHF ; Ex 5 : 20 Kg ; Ex 6 : 7500 Fr. ;
Ex 7 : environ 36,5 Km/h ; Ex 8 : 0,36 secondes

Page 7 & 8 : *Ex 1 : a) 505 billes ; c) 308 Fr. ; d) 110 dl ;*
Ex 2 : a) 4800 cm³ ; b) 700 mm ; c) 4400 ha ; d) 320 moutons ; e) 1,06 kg ; f) 11,8 dl ;
Ex 3 : La même chose : 20 % de crème. Ex 4 : a) 1970 ; b) 35 % ; c) 55 %
Ex 5 : 41,3 Kg ; Ex 6 : 424 Fr. Ex 7 : 3 fausses
Ex 8 : 206 Fr. Ex 9 : 46,40 Fr. Ex 10 : 125 Fr. Ex 11 : 360 m

Page 9 & 10 : *Ex 1 : 5h 20 min ; Ex 2 : 12 h ; Ex 3 : 6 mois et 20 jours ;*
Ex 4 : 57,2 rouleaux ; Ex 5 : env. 19,6 jours ; Ex 6 : 2h 51min
Ex 7 : 120 h ; Ex 8 : 4 jours. Ex 9 : 2 œufs

Page 10 & 11 : *Ex 1 : non Ex 2 : ... Ex 3 : La même chose Ex 4 : La baleine*
Ex 5 : 45 min Ex 6 : ... Ex 7 : Ex 8 : ...