LES SUITES
Exercices complémentaires 1

Exercice 1 :
Calculer les 4 premiers termes et le 8ème terme de la suite.

1) $A_n = 12 - 3n$
2) $B_n = \dfrac{3}{5n-2}$
3) $C_n = \dfrac{3n-2}{n^2+1}$
4) $D_n = 10 + \dfrac{1}{n}$
5) $E_n = 9$
6) $F_n = \sqrt{2}$
7) $G_n = 2 + (-0{,}1)^n$
8) $H_n = 4 + 0{,}1^n$
9) $I_n = (-1)^{n-1}\dfrac{n+7}{2n}$
10) $J_n = (-1)^n \dfrac{6-2n}{\sqrt{n+1}}$
11) $K_n = 1 + (-1)^{n+1}$
12) $L_n = (-1)^{n+1} + (0{,}1)^{n-1}$
13) $M_n = \dfrac{2^n}{n^2+2}$
14) $O_n = (n-1)(n-2)(n-3)$
15) P_n est le nombre de décimales dans $(0{,}1)^n$
16) Q_n est le nombre d'entiers positifs inférieurs à n^3

Exercice 2 :
Calculer les 5 premiers termes de la suite définie la par récurrence.

1) $A_1 = 2$ $\quad A_{k+1} = 3A_k - 5$
2) $B_1 = 5$ $\quad B_k = 7 - 2B_{k-1}$
3) $C_1 = -3$ $\quad C_{k+1} = a_k^2$
4) $D_1 = 128$ $\quad D_{k+1} = \dfrac{1}{4}D_k$
5) $E_1 = 5$ $\quad E_{n+1} = nE_n$
6) $F_1 = 3$ $\quad F_{n+1} = \dfrac{1}{F_n}$
7) $G_1 = 2$ $\quad G_{k+1} = (G_k)^k$
8) $H_1 = 2$ $\quad H_{k+1} = (H_k)^{1/k}$

Exercice 3 :

La suite ci-dessous permet de calculer des valeurs approchées du nombre π.

$$P_1 = \frac{8}{2} - \frac{8}{3\cdot 5} \qquad P_2 = \frac{8}{2} - \frac{8}{3\cdot 5} - \frac{8}{7\cdot 9} \qquad \ldots \qquad P_k = P_{k-1} - \frac{8}{(4k-1)(4k+1)}$$

Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

Exercice 4 :
Quelques calculatrices utilisent un algorithme semblable à celui qui suit pour calculer une valeur approchée de $\sqrt{N}$ pour un nombre réel positif N : poser $x_1 = \dfrac{N}{2}$ et calculer les valeurs approchées successives $x_2, x_3, \ldots$ en appliquant : $x_2 = \dfrac{1}{2}\left(x_1 + \dfrac{N}{x_1}\right)$, $x_3 = \dfrac{1}{2}\left(x_2 + \dfrac{N}{x_2}\right)$, … jusqu'à la précision souhaitée. Utiliser cette méthode pour calculer une valeur approchée du radical à six décimales près.

1) $\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{18}$

Exercice 5 :
Calculer le 5ème terme, le 10ème terme et donner le terme général de la progression arithmétique.

1) $-6\ ;\ -2\ ;\ 2\ ;\ \ldots$
2) $53\ ;\ 48\ ;\ 43\ ;\ \ldots$
3) $2\ ;\ 6\ ;\ 10\ ;\ 14\ ;\ \ldots$
4) $16\ ;\ 13\ ;\ 10\ ;\ 7\ ;\ \ldots$
5) $3\ ;\ 2{,}7\ ;\ 2{,}4\ ;\ 2{,}1\ ;\ \ldots$
6) $-6\ ;\ -4{,}5\ ;\ -3\ ;\ -1{,}5\ ;\ \ldots$
7) $-7\ ;\ -3{,}9\ ;\ -0{,}8\ ;\ 2{,}3\ ;\ \ldots$
8) $x-8\ ;\ x-3\ ;\ x+2\ ;\ x+7\ ;\ \ldots$
9) $\ln 3\ ;\ \ln 9\ ;\ \ln 27\ ;\ \ln 81\ ;\ \ldots$
10) $\log 1000 : \log 100\ ;\ \log 10\ ;\ \log 1\ ;\ \ldots$

Exercice 6 :
Donner le terme général de la progression arithmétique dont certains termes sont connus.

a) $A_2 = 21\ ;\ A_6 = -11$

b) $B_4 = 14\ ;\ B_{11} = 35$

Exercice 7 :
Calculer le terme spécifié et donner le terme général de la progression arithmétique dont certains termes sont donnés.

1)	$A_1 = 9{,}1$	; $A_2 = 7{,}5$	; …	; $A_{12} = ?$	; …	
2)	$B_1 = 2+\sqrt{2}$	; $B_2 = 3$	; …	; $B_{11} = ?$	; …	
3)	$C_1 = ?$	; …	; $C_6 = 2{,}7$	; $C_7 = 5{,}2$	; …	
4)	$D_1 = ?$	; …	; $D_8 = 47$	; $D_9 = 53$	; …	
5)	$E_3 = 7$	; …	; $E_{15} = ?$	; …	; $E_{20} = 41$	; …
6)	$F_2 = 1$	; …	; $F_{10} = ?$	; …	; $F_{18} = 49$	; …

Exercice 8 :
Calculer le 5ème terme, le 8ème terme et donner le terme général de la progression géométrique.

1) $5\ ;\ -\frac{5}{4}\ ;\ \frac{5}{16}\ ;\ \ldots$
2) $\frac{1}{7}\ ;\ \frac{3}{7}\ ;\ \frac{9}{7}\ ;\ \ldots$
3) $8\ ;\ 4\ ;\ 2\ ;\ 1\ ;\ \ldots$
4) $4\ ;\ 1{,}2\ ;\ 0{,}36\ ;\ 0{,}108\ ;\ \ldots$
5) $300\ ;\ -30\ ;\ 3\ ;\ -0{,}3\ ;\ \ldots$
6) $1\ ;\ -\sqrt{3}\ ;\ 3\ ;\ -3\sqrt{3}\ ;\ \ldots$
7) $5\ ;\ 25\ ;\ 125\ ;\ 625\ ;\ \ldots$
8) $2\ ;\ 6\ ;\ 18\ ;\ 54\ ;\ \ldots$
9) $4\ ;\ -6\ ;\ 9\ ;\ -13{,}5\ ;\ \ldots$
10) $162\ ;\ -54\ ;\ 18\ ;\ -6\ ;\ \ldots$
11) $1\ ;\ -x^2\ ;\ x^4\ ;\ -x^6\ ;\ \ldots$
12) $1\ ;\ -\frac{x}{3};\ \frac{x^2}{9}\ ;\ -\frac{x^3}{27}\ ;\ \ldots$
13) $2\ ;\ 2^{x+1}\ ;\ 2^{2x+1}\ ;\ 2^{3x+1}\ ;\ \ldots$
14) $10\ ;\ 10^{2x-1}\ ;\ 10^{4x-3}\ ;\ 10^{6x-5}\ ;\ \ldots$

Exercice 9 :
Donner le terme général de la progression géométrique dont certains termes sont connus.

1) $A_4 = 3\ ;\ A_6 = 9$
2) $B_3 = 4\ ;\ B_7 = \frac{1}{4}$
3) $C_1 = 4\ ;\ C_2 = 6$
4) $D_2 = 2\ ;\ D_3 = -\sqrt{2}$
5) $E_4 = 4\ ; E_7 = 12$
6) $F_2 = 3\ ; F_5 = -81$

Solutions

Ex 1 :

1) $A_1 = 9$; $A_2 = 6$; $A_3 = 3$; $A_4 = 0$; .... ; $A_8 = -12$

2) $B_1 = 1$; $B_2 = \frac{3}{8}$; $B_3 = \frac{3}{13}$; $B_4 = \frac{3}{18}$; .... ; $B_8 = \frac{3}{38}$

3) $C_1 = \frac{1}{2}$; $C_2 = \frac{4}{5}$; $C_3 = \frac{7}{10}$; $C_4 = \frac{10}{17}$; .... ; $C_8 = \frac{22}{65}$

4) $D_1 = 11$; $D_2 = \frac{21}{2}$; $D_3 = \frac{31}{3}$; $D_4 = \frac{41}{4}$; .... ; $D_8 = \frac{81}{8}$

5) $E_1 = 9$; $E_2 = 9$; $E_3 = 9$; $E_4 = 9$; .... ; $E_8 = 9$

6) $F_1 = \sqrt{2}$; $F_2 = \sqrt{2}$; $F_3 = \sqrt{2}$; $F_4 = \sqrt{2}$; .... ; $F_8 = \sqrt{2}$

7) $G_1 = 1{,}9$; $G_2 = 2{,}01$; $G_3 = 1{,}999$; $G_4 = 2{,}0001$; .... ; $G_8 = 2{,}00000001$

8) $H_1 = 4{,}1$; $H_2 = 4{,}01$; $H_3 = 4{,}001$; $H_4 = 4{,}0001$; .... ; $H_8 = 4{,}00000001$

9) $I_1 = 4$; $I_2 = -\frac{9}{4}$; $I_3 = \frac{5}{3}$; $I_4 = -\frac{11}{8}$; .... ; $I_8 = -\frac{15}{16}$

10) $J_1 = -\frac{4}{\sqrt{2}}$; $J_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $J_3 = 0$; $J_4 = -\frac{2}{\sqrt{5}}$; .... ; $J_8 = -\frac{10}{\sqrt{9}}$

11) $K_1 = 2$; $K_2 = 0$; $K_3 = 2$; $K_4 = 0$; .... ; $K_8 = 0$

12) $L_1 = 2$; $L_2 = -0{,}9$; $L_3 = 1{,}01$; $L_4 = -0{,}9999$; .... ; $L_8 = -0{,}99999999$

13) $M_1 = \frac{2}{3}$; $M_2 = \frac{2}{3}$; $M_3 = \frac{8}{11}$; $M_4 = \frac{8}{9}$; .... ; $M_8 = \frac{128}{33}$

14) $O_1 = 0$; $O_2 = 0$; $O_3 = 0$; $O_4 = 6$; .... ; $O_8 = 210$

15) $P_1 = 1$; $P_2 = 2$; $P_3 = 3$; $P_4 = 4$; .... ; $P_8 = 8$

16) $Q_1 = 1$; $Q_2 = 8$; $Q_3 = 27$; $Q_4 = 64$; .... ; $Q_8 = 512$

Ex 2 :

1) $A_1 = 2$; $A_2 = 1$; $A_3 = -2$; $A_4 = -11$; $A_5 = -38$

2) $B_1 = 5$; $B_2 = -3$; $B_3 = 13$; $B_4 = -19$; $B_5 = 45$

3) $C_1 = -3$; $C_2 = 9$; $C_3 = 81$; $C_4 = 6561$; $C_5 = 43'046'721$

4) $D_1 = 128$; $D_2 = 32$; $D_3 = 8$; $D_4 = 2$; $D_5 = \frac{1}{2}$

5) $E_1 = 5$; $E_2 = 5$; $E_3 = 10$; $E_4 = 30$; $E_5 = 120$

6) $F_1 = 3$; $F_2 = \frac{1}{3}$; $F_3 = 3$; $F_4 = \frac{1}{3}$; $F_5 = 3$

7) $G_1 = 2$; $G_2 = 2$; $G_3 = 4$; $G_4 = 64$; $G_5 = 16'777'216$

8) $H_1 = 2$; $H_2 = 2$; $H_3 = \sqrt{2}$; $H_4 = \sqrt[6]{2}$; $H_5 = \sqrt[24]{2}$

Ex 3 :

$$P_1 = 4 - \frac{8}{15} = 3{,}4666...$$

$$P_2 = 4 - \frac{8}{15} - \frac{8}{63} = 3{,}33968...$$

$$P_3 = 4 - \frac{8}{15} - \frac{8}{63} - \frac{8}{11 \cdot 13} = 3{,}283784...$$

$$P_4 = 4 - \frac{8}{15} - \frac{8}{63} - \frac{8}{143} - \frac{8}{15 \cdot 17} = 3{,}25236...$$

$$P_5 = 4 - \frac{8}{15} - \frac{8}{63} - \frac{8}{143} - \frac{8}{255} - \frac{8}{19 \cdot 21} = 3{,}2323...$$

Ex 4 :

1) $\sqrt{5} = ?$

$$x_1 = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$x_2 = \frac{1}{2}\cdot\left(2,5 + \frac{5}{2,5}\right) = 2,25$$

$$x_3 = \frac{1}{2}\cdot\left(2,25 + \frac{5}{2,25}\right) = 2,236\overline{1}$$

$$x_4 = \frac{1}{2}\cdot\left(2,236\overline{1} + \frac{5}{2,236\overline{1}}\right) = \boxed{2,236067978}$$

2) $\sqrt{18} = ?$

$$x_1 = \frac{18}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{1}{2}\cdot\left(9 + \frac{18}{9}\right) = 5,5$$

$$x_3 = \frac{1}{2}\cdot\left(5,5 + \frac{18}{5,5}\right) = 4,38\overline{63}$$

$$x_4 = ... = 4,24499529$$

$$x_5 = ... = \boxed{4,242640687}$$

Ex 5 :

1) $A_5 = 10$	$A_{10} = 30$	$A_n = 4n - 10$
2) $B_5 = 33$	$B_{10} = 8$	$B_n = -5n + 58$
3) $C_5 = 18$	$C_{10} = 38$	$C_n = 4n - 2$
4) $D_5 = 4$	$D_{10} = -11$	$D_n = -3n + 19$
5) $E_5 = 1,8$	$E_{10} = 0,3$	$E_n = -0,3n + 3,3$
6) $F_5 = 0$	$F_{10} = 7,5$	$F_n = 1,5n - 7,5$
7) $G_5 = 5,4$	$G_{10} = 20,9$	$G_n = 3,1n - 10,1$
8) $H_5 = x + 12$	$H_{10} = x + 37$	$H_n = x + 5n - 13$
9) $I_5 = \ln 243$	$I_{10} = \ln 59'049$	$I_n = (\ln 3)\cdot n = \ln(3^n)$
10) $J_5 = -1$	$J_{10} = -6$	$J_n = -n + 4$

Ex 6 :

a) $A_1 = ...$ $A_2 = 21$ $A_3 = ...$ $A_4 = ...$ $A_5 = ...$ $A_6 = -11$

-8

-32

$A_1 = 29$ $r = -8$ *Donc :* $\boxed{A_n = -8n + 37}$

b) $B_4 = 14$ … $B_{11} = 35$

21 (en 7 étapes)

$r = 3$ $B_1 = 5$ *Donc :* $\boxed{B_n = 3n + 2}$

Ex 7 :

1) $A_n = -1,6n + 10,7$	$A_{12} = -8,5$
2) $B_n = (1-\sqrt{2})\cdot n + 1 + 2\sqrt{2}$	$B_n = 12 - 9\sqrt{2}$
3) $C_n = 2,5n - 12,3$	$C_1 = -9,8$
4) $D_n = 6n - 1$	$D_1 = 5$
5) $E_n = 2n + 1$	$E_{15} = 31$
6) $F_n = 3n - 5$	$F_{10} = 25$

Ex 8 :

1) $A_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{5}{4^{n-1}}$ $A_5 = \frac{5}{256}$ $A_8 = -\frac{5}{16'384}$

2) $B_n = \frac{3^{n-1}}{7}$ $B_5 = \frac{81}{7}$ $B_8 = \frac{2'187}{7}$

3) $C_n = 8 \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$ $C_5 = \frac{1}{2}$ $C_8 = \frac{1}{16}$

4) $D_n = 4 \cdot 0,3^{n-1}$ $D_5 = 0,0324$ $D_{10} = 0,000'078'732$

5) $E_n = (-1)^{n-1} \cdot 300 \cdot \frac{1}{10^{n-1}}$ $E_5 = 0,03$ $E_{10} = 0,000'000'3$

6) $F_n = (-1)^{n-1} \cdot \left(\sqrt{3}\right)^{n-1}$ $F_5 = 9$ $F_{10} = -81\sqrt{3}$

7) $G_n = 5 \cdot 5^{n-1}$ $G_5 = 3'125$ $G_{10} = 9'765'625$

Ex 9 :

1) $A_n = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\sqrt{3}\right)^{n-1}$

2) $B_n = 16 \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$

3) $C_n = 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = 4 \cdot 1,5^{n-1}$

4) $D_n = -\frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$

5) $E_n = \frac{4}{3}\left(\sqrt[3]{3}\right)^{n-1}$

6) $F_n = (-1) \cdot (-3)^{n-1}$