

Analyse combinatoire

Correction des exercices supplémentaires

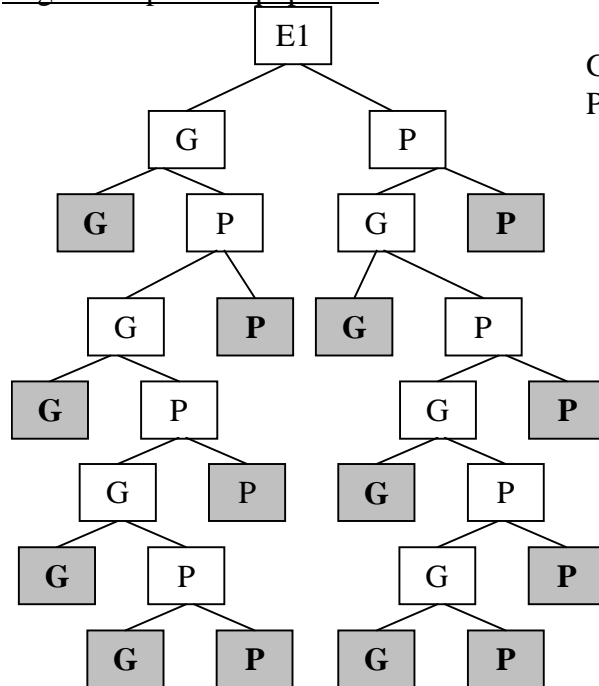
Ex 1 : $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Ex 2 : $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 = 288$

Ex 3 : a) $52 \cdot 52 \cdot 52 = 140'608$ b) $52 \cdot 51 \cdot 50 = 132'600$

Ex 4 : $\boxed{B} \boxed{B} \boxed{B} \boxed{N} \boxed{N}$ permutations : $\frac{5!}{3!2!} = 10$

Ex 5 : Regardons pour l'équipe n° 1 :



G pour E1 a gagné
P pour E1 a perdu

Donc :
14 évolutions possibles

Ex 6 : $P_{10} = 10! = 3'628'800$

Ex 7 : $\frac{10!}{7! \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 720$

Ex 8 : $\frac{10!}{5!3!2!} = 2'520$

Ex 9 : a) $5! = 120$; b) $6! = 720$; c) $\frac{6!}{3!2!1} = 60$; d) $\frac{7!}{2!} = 2'520$

Ex 10 : $(7-1)! = 720$

Ex 11 : $7! = 5'040$

Ex 12 : $\boxed{} \boxed{v} \boxed{} \boxed{v} \boxed{}$ $P_3 \cdot P_2 = 3! \cdot \underbrace{2!}_{\text{voy.}} = 12$

Ex 13 : $\boxed{} \boxed{F} \boxed{} \boxed{F} \boxed{} \boxed{F} \boxed{}$ $\underbrace{4!}_{\text{femmes}} \cdot \underbrace{5!}_{\text{hommes}} = 2'880$

Ex 14 : $4! = 24$

Ex 15 : $\frac{6!}{4!2!} = 15$

Ex 16 : $\frac{6!}{2!3!1} = 60$

Ex 17 : $\left(\underbrace{3!}_{\boxed{3 \text{ USA}}} \cdot \underbrace{4!}_{\boxed{4 \text{ Fr.}}} \cdot \underbrace{4!}_{\boxed{4 \text{ Dan.}}} \cdot \underbrace{2!}_{\boxed{2 \text{ It.}}} \right) \cdot 4! = 165'888$

Ex 18 : a) $5! = 120$; b) $4! = 24$; c) $3! = 6$;
 d) $4! = 24$ se terminent par N, donc : $120 - 24 = 96$; e) $3! = 6$

$$f) \left\{ \begin{array}{l} \boxed{C} \square \square \square \square \rightarrow 4! = 24 \\ \square \square \square \square \boxed{N} \rightarrow 4! = 24 \\ \boxed{C} \square \square \square \boxed{N} \rightarrow 3! = 6 \end{array} \right\} \text{ Donc : } 24 + 24 - 6 = 42$$

Ex 19 : $26 \cdot 26 = 676$

Ex 20 : $6 \cdot 26 = 156$

Ex 21 : $6 \cdot 20 = 120$

Ex 22 : $26 \cdot 25 = 650$

Ex 23 : $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

Ex 24 : 100 à 999 donc : 900

Ex 25 : $\underbrace{\square \square \square}_{\text{noires}} \underbrace{\square \square \square}_{\text{carreaux}} \rightarrow C_3^{18} \cdot C_3^9 = 816 \cdot 84 = 68'554$

Ex 26 : a) Dans l'ordre : $A_3^{15} = 2730$; b) Dans le désordre : $C_3^{15} = 455$

Ex 27 : $C_4^7 = 35$

Ex 28 : $C_5^9 = 126$

Ex 29 : $\frac{5!}{3!2!} = 10$

Ex 30 : $C_6^{12} = 924$

Ex 31 : $\boxed{As} \square \square \square \square \square \square \rightarrow 4 \cdot C_7^{32} = 13'463'424$

Ex 32 : a) $C_3^{10} = 120$; b) $C_4^6 = 15$; c) $C_5^{10} \cdot C_3^6 = 252 \cdot 20 = 5040$; d) 0

Ex 33 : $C_3^8 \cdot C_4^6 = 56 \cdot 15 = 840$

Ex 34 : $C_3^{24} = 2024$

Ex 35 : $C_4^{50} \cdot C_3^{600} \approx 8,25 \cdot 10^{12}$

Ex 36 : a) $\frac{6!}{2!} = 360$; b) $\frac{11}{3!2!} = 3'326'400$; c) $7! = 5040$

Ex 37 : a) $C_8^{10} = 45$; b) $C_5^7 = 21$; c) 1 ;

d) 4 premières questions : $C_4^5 \cdot C_4^5 = 25$

5 premières questions : $1 \cdot C_3^5 = 10$

Donc : $25 + 10 = 35$

Ex 38 : a) $5! = 120$; b) $\left\{ \begin{array}{l} \boxed{G} \boxed{D} \square \square \square \rightarrow 4! = 24 \\ \boxed{D} \boxed{G} \square \square \square \rightarrow 4! = 24 \end{array} \right\} = 48$; c) $120 - 48 = 72$

Ex 39 : a) $\frac{6!}{3!} = 120$; b) $\boxed{E} \square \square \square \square \boxed{E} \rightarrow 4! = 24$; c) $\boxed{EEE} \square \square \square \rightarrow 4! = 24$

$$d) \left\{ \begin{array}{l} \boxed{S} \square \square \square \square \rightarrow \frac{5!}{3!} = 20 \\ \square \square \square \square \boxed{S} \rightarrow \frac{5!}{3!} = 20 \end{array} \right\} = 40$$

Ex 40 : a) $C_5^{11} = 462$; b) $C_3^7 \cdot C_2^4 = 35 \cdot 6 = 210$

Ex 41 : $\boxed{5 \text{ gros}} \boxed{4 \text{ moyens}} \boxed{3 \text{ minces}} \rightarrow (5! \cdot 4! \cdot 3!) \cdot 3! = (120 \cdot 24 \cdot 6) \cdot 6 = 103'680$

Ex 42 : a) $7! = 5040$; b) $\underbrace{\boxed{4} \boxed{5} \boxed{6} \square \square \square}_{3!} \rightarrow 3! \cdot 5! = 6 \cdot 120 = 720$; c) $\boxed{456} \square \square \square \rightarrow 5! = 120$

Ex 43 : a) $A_2^5 = 20$ ou $5 \cdot 4 = 20$

b) $4 \cdot 3 = 12$

c) $20 - 12 = 8$

d) $\boxed{\times} \boxed{5} \rightarrow 4$;

e) Somme divisible par 3 : $\left. \begin{matrix} \{ 24 \text{ et } 42 \\ 36 \text{ et } 63 \\ 45 \text{ et } 54 \end{matrix} \right\} \rightarrow 6 \text{ nombres}$

f) $\left. \begin{matrix} \{ 35 \text{ et } 36 \rightarrow 2 \text{ nombres} \\ \underbrace{\boxed{}}_{4,5;6} \quad \underbrace{\boxed{}}_{2,3;4,5;6} \rightarrow 3 \cdot 5 = 15 \text{ nombres} \\ \text{les non diff. } \underbrace{\boxed{}}_{4,5;6} \quad \underbrace{\boxed{}}_{4,5,6} \rightarrow 3 \text{ nombres} \end{matrix} \right\} \rightarrow 2 + 15 - 3 = 14 \text{ nombres}$

g) Aucun

h) $\left. \begin{matrix} \{ \boxed{2} \boxed{\times} \rightarrow 4 \text{ nbrs.} \\ \boxed{3} \boxed{\times} \rightarrow 3 \text{ nbrs.} \\ \boxed{4} \boxed{\times} \rightarrow 2 \text{ nbrs.} \\ \boxed{5} \boxed{\times} \rightarrow 1 \text{ nbrs.} \end{matrix} \right\} = 10 \text{ nbrs.}$

i) Seulement 65, donc 1 nombre

j) Aucun (les nombres sont avec des chiffres distincts)

k) $\left. \begin{matrix} \{ 24 \text{ et } 42 \\ 26 \text{ et } 62 \\ 46 \text{ et } 64 \\ 35 \text{ et } 53 \end{matrix} \right\} \rightarrow 8 \text{ nombres}$