

Chapitre 8 Probabilités

8.1 Notations

Notations:

E :	Événement
\bar{E} :	Événement contraire à E
$E \cup F$:	E ou F (ou les deux), correspond à l'union
$E \cap F$:	E et F, correspond à l'intersection
U :	L'univers contient tous les événements possibles

Exercice 1 :

Je lance un dé.

$E =$ « Il est tombé sur 5 »

$F =$ « Il est tombé sur un multiple de 3 »

$G =$ « Il est tombé sur un nombre pair »

$U =$

$E \cup G =$

$\bar{E} =$

$F \cup G =$

$\bar{F} =$

$E \cap F =$

$\bar{G} =$

$E \cap G =$

$E \cup F =$

$F \cap G =$

8.2 Définition de la probabilité

Définition :

La probabilité d'un événement E peut être définie intuitivement par la formule suivante :

$$P(E) = \frac{\text{" nombre de cas favorables "}}{\text{" nombre de cas possibles "}}$$

Remarques :

On a :

- $\left. \begin{array}{l} P(E) \leq 1 \\ P(E) \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow 0 \leq P(E) \leq 1$
- Si E est un événement **CERTAIN** $\Leftrightarrow P(E) = 1$
- Si E est un événement **IMPOSSIBLE** $\Leftrightarrow P(E) = 0$

Théorème 1 :

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

Remarque :

On a évidemment : $P(E) = 1 - P(\bar{E})$ et $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

Exemple 1 :

On lance une pièce de monnaie. $E =$ elle tombe sur PILE
Calculer $P(E)$.

Exemple 2 :

On lance deux dés, quelle est la probabilité d'obtenir un total de 5 ?

Exemple 3 :

a) $P(\text{Gagner}) = 30\%$ alors $P(\text{Perdre}) =$

b) $P(E) = \frac{3}{4}$ alors $P(\bar{E}) =$

c) $P(E) = 0,45$ alors $P(\bar{E}) =$

d) On lance deux dés, quelle est la probabilité de ne pas obtenir un total de 5 ?

Exemple 4 :

On lance 3 pièces de monnaie, quelle est la probabilité qu'elles tombent les trois sur PILE ?

Exercice 2 :

Je lance deux pièces.

$E =$ "Elles tombent les deux sur PILE"

$F =$ "Elles tombent les deux sur FACE"

$G =$ "Une pièce est sur PILE et l'autre sur FACE"

$H =$ "Il y a au moins une pièce qui est tombée sur PILE"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 3 :

Je lance trois pièces.

$E =$ "Elles tombent les trois sur PILE"

$F =$ "Elles tombent les trois sur FACE"

$G =$ "Une seule pièce est tombée sur PILE"

$H =$ "Il y a autant de PILE que de FACE"

$I =$ "Il y a au moins une pièce qui est tombée sur PILE"

$J =$ "Il y a exactement une pièce qui est tombée sur PILE"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 4 :

Je lance quatre pièces.

E = "Elles tombent les quatre sur PILE"

F = "Elles tombent les quatre sur FACE"

G = "Une seule pièce est tombée sur PILE"

H = "Il y a autant de PILE que de FACE"

I = "Il y a au moins une pièce qui est tombée sur PILE"

J = "Il y a exactement une pièce qui est tombée sur PILE"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 5 :

Je lance un dé

E = "Il est tombé sur 4"

F = "Il est tombé sur un nombre pair"

G = "Il est tombé sur un multiple de 3"

H = "Il est tombé sur un nombre plus grand que 2"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 6 :

Je lance deux dés

E = "La somme fait deux"

F = "La somme fait 6"

G = "La somme est différente de 11"

H = "Le premier dé est tombé sur 3"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 7 :

Je lance trois dés.

E = "La somme fait deux"

F = "La somme fait 6"

Calculez la probabilité de chaque événement,

8.3 Théorème de la multiplication

Théorème 2 :

$$P(A \text{ se réalise puis } B \text{ se réalise}) = P(A) \cdot P(B \text{ sachant que } A \text{ s'est réalisé})$$

Exemple 1 :

a) On tire deux cartes, avec remise, d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité de tirer deux AS ?

b) On tire deux cartes sans remise d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité de tirer deux AS ?

Exemple 2 :

On lance une pièce de monnaie trois fois de suite.

Quelle est la probabilité qu'elle tombe trois fois sur PILE ?

Exercice 8 :

Soit une urne contenant 5 boules rouges et 15 boules blanches.

Je tire une boule au hasard.

E = "La boule est rouge"

F = "La boule est blanche"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 9* :

Soit une urne contenant 5 boules rouges et 15 boules blanches.

Je tire deux boules au hasard.

E = "Les boules sont rouges"

F = "Les boules sont blanches"

G = "Les boules sont de couleur différentes"

H = "Les boules sont de la même couleur"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 10* :

Soit une urne contenant 5 boules rouges, 4 boules noires et 11 boules blanches.

Je tire quatre boules au hasard.

E = "Les boules sont rouges"

F = "Les boules sont blanches"

G = "Les boules sont de couleur différentes"

H = "J'ai tiré deux boules blanches et deux boules noires"

J = "Il n'y a pas de boule noire parmi les boules que j'ai tirées"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 11 :

Soit un jeu de 36 cartes. Je tire une carte au hasard.

E = "C'est un Valet"

F = "La carte est rouge"

G = "La carte tirée est une dame noire"

H = "La carte tirée n'est pas un As"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 12* :

Soit un jeu de 36 cartes. Je tire 5 cartes au hasard.

E = "Les cartes tirées sont des piques"

F = "Les cartes tirées sont rouges"

G = "Il y a au moins 1 pique parmi les cartes tirées"

H = "J'ai tiré deux piques et trois cartes rouges"

I = "Toutes les cartes sont des AS"

Calculez la probabilité de chaque événement.

Exercice 13 :

Soit une classe composée de 16 élèves. On choisit deux personnes au hasard.

a) Quelle est la probabilité que Jean et Anne ne soient pas choisis ?

b) Quelle est la probabilité que Jean et Anne soient choisis ?

Exercice 14 :

Chaque semaine Jean joue à un certain jeu de hasard. (Il joue qu'une fois par semaine). Sachant qu'à chaque fois il a une chance sur 100 de gagner, calculez:

- La probabilité que sur une année il ne gagne jamais
- La probabilité qu'il gagne au moins une fois dans l'année.

8.3 Théorème de l'union**Théorème 3 :**

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$$

Exemple 1 :

Je lance un dé. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de trois ou un nombre pair ?

Exemple 2 :

Je tire une carte d'un jeu de 36. Quelle est la probabilité de tirer une carte noire ou une habillée ?

Exemple 3 :

Je lance deux dés. Quelle est la probabilité qu'un des deux dé soit tombé sur 5 ?

Exercice 15 :

Calculer la probabilité de tirer d'un jeu de carte de 36 un roi ou un cœur.

Solutions :Ex 1 : U = tous les résultats issus du lancé d'un dès = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 } \overline{E} = Il n'est pas tombé sur 5 = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 } \overline{F} = Il n'est pas tombé sur un multiple de 3 = { 1 ; 2 ; 4 ; 5 } \overline{G} = Il est tombé sur un nombre impair = { 1 ; 3 ; 5 } $E \cup F$ = Il est tombé sur 5 ou sur un multiple de 3 = { 3 ; 5 ; 6 } $E \cup G$ = Il est tombé sur 5 ou sur un nombre pair = { 2 ; 4 ; 5 ; 6 } $F \cup G$ = Il est tombé sur un multiple de 3 ou sur un nombre pair = { 2 ; 3 ; 4 ; 6 } $E \cap F$ = Il est tombé sur 5 et sur un multiple de 3 = { } $E \cap G$ = Il est tombé sur 5 et sur un nombre pair = { } $F \cap G$ = Il est tombé sur un multiple de 3 ou sur un nombre pair = { 6 }Ex 2 : $P(E) = 1/4$ $P(F) = 1/4$ $P(G) = 1/2$ $P(H) = 3/4$ Ex 3 : $P(E) = 1/8$ $P(F) = 1/8$ $P(G) = 3/8$ $P(H) = 0$ $P(I) = 7/8$ $P(J) = 3/8$ Ex 4 : $P(E) = 1/16$ $P(F) = 1/16$ $P(G) = 1/4$ $P(H) = 3/8$ $P(I) = 15/16$ $P(J) = 1/4$ Ex 5 : $P(E) = 1/6$ $P(F) = 1/2$ $P(G) = 1/3$ $P(H) = 2/3$ Ex 6 : $P(E) = 1/36$ $P(F) = 5/36$ $P(G) = 17/18$ $P(H) = 1/6$ Ex 7 : $P(E) = 0$ $P(F) = 10/216$ Ex 8 : $P(E) = 25\%$ $P(F) = 75\%$ Ex 9 : $P(E) = 5,26\%$ $P(F) = 52,2\%$ $P(G) = 39,5\%$ $P(H) = 60,5\%$ Ex 10 : $P(E) = 0,103\%$ $P(F) = 6,811\%$ $P(G) = 0$ $P(H) = 6,811\%$ $P(J) = 37,6\%$ Ex 11 : $P(E) = 11,1\%$ $P(F) = 50\%$ $P(G) = 5,6\%$ $P(H) = 88,9\%$ Ex 12 : $P(E) = 0,03\%$ $P(F) = 2,27\%$ $P(G) = 78,5\%$ $P(H) = 7,8\%$ $P(I) = 0$ Ex 13 :a) $P = 75,8\%$; b) $P = 0,8\%$ Ex 14 :a) $P = 59,3\%$; b) $P = 40,7\%$ Ex 15 : $P = 33,3\%$