ECOLE JEAN-PIAGET - GENEVE
ECOLE DE CULTURE GENERALE POUR ADULTES

EXAMEN – MATHEMATIQUES II – socio-éducatif

Formulaire

Équation du deuxième degré :

Si $ax^2 + bx + c = 0$ alors: $\Delta = b^2 - 4ac$ puis: $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Procédure pour une étude d'une fonction *f* :

- Les points remarquables de la fonction :
  - Les **zéros** $f \cap OX$, c'est-à-dire les *x* tels que $f(x) = 0$
  - **L'ordonnée à l'origine** $f \cap OY$, c'est-à-dire $y = f(0)$
- **Domaine de définition de** *f* sont toutes les valeurs de *x* pour lesquels $f(x)$ existe : $\mathbf{D}_f$
- Les **asymptotes** verticales $x = a$ et **horizontales** $y = c$
- Tableau des signes
- Représentation graphique

Théorème des asymptotes horizontales

Soit $f(x) = \dfrac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1} + \cdots + b_1 x + b_0}$ avec $a_n \neq 0$ et $b_k \neq 0$

1) Si $n < k$, alors l'axe des *x* (la droite y = 0) est l'asymptote horizontale du graphique de *f*.
2) Si $n = k$, alors la droite $y = \dfrac{a_n}{b_k}$ est l'asymptote horizontale du graphique de *f*.
3) Si $n > k$, le graphique de *f* n'a pas d'asymptote horizontale.

Analyse combinatoire

Permutations : $P_n = n!$ $\qquad \overline{P}_n = \dfrac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$

Arrangements : $A_p^n = \dfrac{n!}{(n-p)!}$ $\qquad \overline{A_p^n} = n^p$

Combinaisons : $C_p^n = \dfrac{n!}{(n-p)! \cdot p!}$

Probabilités

$P(E) = \dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$ $\qquad P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$ $\qquad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Statistique descriptive

- La ***moyenne*** pondérée : $\boxed{\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{n}}$

  L'écart absolu moyen : $e = \dfrac{\sum n_i \cdot \left|\overline{x} - x_i\right|}{n}$

  La variance : $v = \dfrac{\sum n_i \cdot \left(\overline{x} - x_i\right)^2}{n}$

  Théorème de König-Huyghens : $\boxed{v = \dfrac{\sum n_i x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$

  L'écart type : $\boxed{\sigma = \sqrt{v}}$

Variable statistique	Effectif	Fréquence
x_1	n_1	f_1
x_2	n_2	f_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_i	n_i	$f_i = \dfrac{n_i}{n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k	f_k
	$n = \sum_{i=1}^{k} n_i$	

- Si la distribution est normale, alors on a:
  - 68,3 % des valeurs sont situées entre $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$
  - 95,4 % des valeurs sont situées entre $\overline{x} - 2\sigma$ et $\overline{x} + 2\sigma$
  - 99,7 % des valeurs sont situées entre $\overline{x} - 3\sigma$ et $\overline{x} + 3\sigma$

- La ***médiane*** $\tilde{x}$ est la valeur qui sépare la population en deux groupes égaux.

  Les quartiles : $F(Q_1) = \dfrac{1}{4} = 25\%$ $\qquad \tilde{x} = F(Q_2) = \dfrac{2}{4} = 50\%$ $\qquad F(Q_3) = \dfrac{3}{4} = 75\%$

  L'intervalle semi-interquartile : $\boxed{I = \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}}$

- Pour une population P en se basant sur un échantillon E on a les estimations pour :

  La moyenne : $\hat{M} = \overline{x}$ $\qquad$ La variance : $\hat{V} = \dfrac{n}{n-1} \cdot v$ $\qquad$ L'écart type : $\hat{S} = \sqrt{\hat{V}}$

- La ***covariance*** : $\operatorname{cov}(x, y) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{N}$ $\qquad \boxed{\operatorname{cov}(x, y) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \overline{x} \cdot \overline{y}}$

- Le ***coefficient de corrélation*** : $\boxed{r = \dfrac{\operatorname{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}}$

- Par convention on dira que pour :

  $|r| = 1$ la corrélation est parfaite

  $|r| > 0{,}95$ la corrélation est évidente

  $|r| > 0{,}7$ la corrélation est acceptable

  $|r| < 0{,}7$ la corrélation est plus que douteuse

- ***Régression linéaire :*** $y = ax + b$ avec : $\boxed{a = \dfrac{\operatorname{cov}(x, y)}{v_x}}$ et $b = \overline{y} - a\,\overline{x}$