

SERIE 2 – Les nombres

Sans calculatrice

PGCD – PPCM

Rappels :

- Un nombre naturel est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.
- Voici quelques **critères de divisibilité** :
 - Un nombre est **divisible par 2** (il est **pair**) si son dernier chiffre est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).
 - Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
 - Un nombre est **divisible par 5** si son dernier chiffre est 0 ou 5.

Exercice 1 :Voici une liste de cinq nombres : **84 ; 117 ; 250 ; 48 ; 525 ;**

- a) Pour chacun d'entre eux, trouver l'ensemble de leurs diviseurs.

$$D_{84} =$$

- b) Remplir le tableau suivant en calculant le PGCD (plus grand commun diviseur).

<i>PGCD</i>	84	117	250	48	525
84					
117					
250					
48					
525					

Recherche du PGCD grâce à la décomposition en facteurs premiers.

Prenons deux nombres 36 et 54 et cherchons le $PGCD(36 ; 54) = ?$

$36 = 2 \cdot 18 = 2 \cdot 2 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ et $54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

En prenant les facteurs premiers communs on a : $PGCD(36 ; 54) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$

Exercice 2:

Voici une liste de cinq nombres : **84 ; 117 ; 1'000 ; 48 ; 525 ;**

Décomposer ces nombres en produits de facteurs premiers.

84 =

Remplir le tableau suivant en utilisant les décompositions en facteurs premiers.

<i>PGCD</i>	84	117	1'000	48	525
84					
117					
1'000					
48					
525					

Recherche du PPCM grâce à la décomposition en facteurs premiers.

Cherchons le PPCM de 540 et 198.

$$\text{On a : } 540 = 54 \cdot 10 = 6 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 2 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = \boxed{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$\text{Et : } \boxed{198} = 2 \cdot 99 = 2 \cdot 9 \cdot 11 = \boxed{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11}$$

On considère pour chaque facteur le nombre maximum de fois qu'il apparaît !

Le facteur 2 apparaît : 2 fois.

Le facteur 3 apparaît : 3 fois.

Le facteur 5 apparaît : 1 fois.

Le facteur 11 apparaît : 1 fois.

$$\text{Donc : } \boxed{PPCM(540;198)} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = \boxed{5940}$$

Exercice 3 :

Voici un liste de nombres : **84 ; 117 ; 48.**

En utilisant la décomposition en produits de facteurs premiers remplir le tableau suivant en calculant le PPCM (plus petit commun multiple)

<i>PPCM</i>	84	117	48
84			
117			
48			

Solutions :

Ex 1 :

$$D_{84} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 12; 14; 21; 28; 42; 84\}$$

$$D_{117} = \{1; 3; 9; 13; 39; 117\}$$

$$D_{250} = \{1; 2; 5; 10; 25; 50; 125; 250\}$$

$$D_{48} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$$

$$D_{525} = \{1; 3; 5; 7; 15; 21; 25; 35; 75; 175; 525\}$$

PGCD	84	117	250	48	525
84	84	3	2	12	21
117	3	117	1	3	3
250	2	1	250	2	25
48	12	3	2	48	3
525	21	3	25	3	525

Ex 2:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$117 = 3 \cdot 3 \cdot 13$$

$$1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$525 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

PGCD	84	117	1'000	48	525
84	84	3	4	12	21
117	3	117	1	3	3
1'000	4	1	1000	8	25
48	12	3	8	48	3
525	21	3	25	3	525

Ex 3:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$117 = 3 \cdot 3 \cdot 13$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

PPCM	84	117	48
84	84	3276	336
117	3276	117	1872
48	336	1872	48