

SERIE 23 – Equations du 1^{er} degré

Sans calculatrice

Pour résoudre une équation on la transforme, par étape, pour aboutir à une équation de la forme $x = a$ ou $0x = a$ (où a est un nombre). Mais il faut bien sûr qu'à chaque étape, les équations obtenues soient équivalentes.

Méthode :

- Simplifier au maximum chacun des membres en utilisant les propriétés du calcul littéral (développer, distribuer, réduire, ...) pour se ramener à une équation plus facile à résoudre.
- Isoler et regrouper les termes contenant l'inconnue dans un membre de l'égalité (par exemple à gauche) et les autres dans l'autre membre (par exemple à droite). Pour cela on utilise les propriétés de l'égalité.
- Conclure en donnant l'ensemble solution, noté S .

Remarques :

Trois situations sont possibles :

- 1) Une équation admet *une solution* a (ou plusieurs si l'équation est d'ordre supérieur à 1).
On écrit alors : $S = \{a\}$
- 2) Une équation n'admet *pas de solution*. On écrit alors $S = \emptyset$ ou $S = \{ \}$.
- 3) Une équation admet une *infinité de solutions*. On écrit alors : $S = \mathbb{R}$

Exemples :

- 1) $9(x+1) - 4x = 5 - x - 3$ (on effectue la distributivité)
 $9x + 9 - 4x = 5 - x - 3$ (on réduit les deux membres)
 $5x + 9 = 2 - x$ (on « passer » le x à gauche et le 9 à droite)
 $5x + x = 2 - 9$
 $6x = -7$ (on divise les deux membres par 6)
 $x = -\frac{7}{6}$

$$S = \left\{ -\frac{7}{6} \right\}$$

- 2) $2x + 3 = 2x + 8$
 $2x - 2x = 8 - 3$
 $0 = 5$
 Or comme $0 \neq 5$, on a obtenu une égalité fautive ! Ainsi : $S = \emptyset$

- 3) $3x + 3 = 3 \cdot (x + 1)$
 $3x + 3 = 3x + 3$
 $3x - 3x = 3 - 3$
 $0 = 0$
 La dernière égalité est toujours vraie !
 Quelque soit la valeur de x , l'équation est satisfaite. Donc : $S = \mathbb{R}$

Les propriétés de l'égalité : (rappel)

- Une égalité vraie reste vraie :
 - P1 : si on ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres ;
 - P2 : si on multiplie ou divise les deux membres par un même nombre non nul.
- Enfin, si on ajoute ou si l'on soustrait deux égalités vraies on obtient une égalité vraie.

Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes, en détaillant sur une feuille à part :

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $2x + 1 = 5x + x$ | 4) $x + 4 = 5x - 8$ |
| 2) $x - 4 = 2x + 1$ | 5) $5x - 5 = -4 + 3x$ |
| 3) $15x - 2x = -4x + 3$ | 6) $9x - 15x = -6x + 21$ |

Exercice 2 :

Résoudre les équations suivantes, en détaillant sur une feuille à part :

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $4x - 3 = 3x + 5$ | 4) $-8x + 12 = 12 - 4x$ |
| 2) $-4 - 3x = -2x - 3$ | 5) $5x + 2 = 5 - 2x$ |
| 3) $3x - 5 = 19 - 5x$ | 6) $-6x + 5 = 3x - 1$ |

Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes, en détaillant sur une feuille à part :

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) $-3x + 18 = 5 - 4x$ | 4) $-9x - 16 = 19 - 4x$ |
| 2) $4x - 7 = 5x - 16$ | 5) $7 - 2x = 12 - 5x$ |
| 3) $-6x - 12 = 36 - 12x$ | 6) $3x - 7 = 3 + 15x$ |

Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes, en détaillant sur une feuille à part :

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $3,3x + 0,4 = 2,3x - 2,6$ | 4) $-3,3x - 7,2 = 0,7x + 8,8$ |
| 2) $1,1x - 3,4 = 2,1x - 10,4$ | 5) $-23,2x - 19,8 = 10,2 + 12,8x$ |
| 3) $5,6 - 2,1x = -8,1x - 6,4$ | 6) $x + 0,7 = 1 - 1,1x$ |

Solutions :

Ex1: 1) $1/4$; 2) -5 ; 3) $3/17$; 4) 3 ; 5) $1/2$; 6) pas de sol.

Ex2: 1) 8 ; 2) -1 ; 3) 3 ; 4) 0 ; 5) $3/7$; 6) $2/3$

Ex3 : 1) -13 ; 2) 9 ; 3) 8 ; 4) -7 ; 5) $5/3$; 6) $-5/6$

Ex4 : 1) -3 ; 2) 7 ; 3) -2 ; 4) -4 ; 5) $-5/6$; 6) $1/7$