SERIE 36 – Systèmes d'équations

Une équation du 1er degré à 2 inconnues

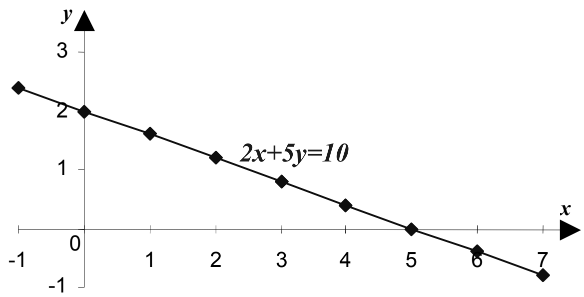
Définition :
Une équation du 1er degré à 2 inconnues *x* et *y*, est une équation du type :

$ax + by = c$ où *a,b,c* sont des nombres réels donnés.

Exemple :
Soit l'équation à deux inconnues $2x + 5y = 10$

On peut écrire l'équation équivalente : $y = -\frac{2}{5}x + 2$

De cette manière on se rend vite compte que pour des valeurs arbitraires de *x* on peut calculer la valeur de *y*.
On obtient, par exemple, les couples solutions : $(0;2)$, $(5;0)$, $(10;-2)$, …



La représentation graphique permet de voir que l'équation $y = -\frac{2}{5}x + 2$ est celle d'une droite.
Ainsi les couples solutions sont des coordonnées des points de la droite.

Système d'équations du 1er degré à 2 inconnues

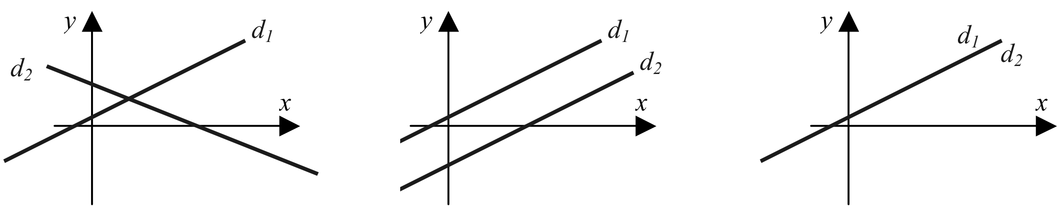
Définition :
Résoudre un système d'équation de 1er degré à **deux inconnues**, c'est chercher les **solutions communes** à **deux équations** du modèle précédent. Un tel système se représente ainsi :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

où : a, b, c, a', b' et c' sont des nombres réels donnés ;

x et *y* sont les deux inconnues.

Trois cas possibles :
Si l'on pense en terme de 2 équations de 2 droites pour lesquels on cherche les points communs (intersection), on comprend que trois cas sont possibles :
1) Généralement, un tel système sera vérifié pour **un couple de nombre et un seul** (deux droites ont généralement un seul point d'intersection, elles sont *sécantes*) ;
2) Plus rarement, le système n'aura **pas de solution** (les droites sont strictement *parallèles*) ;
3) Une **infinité de solutions** (quand les droites sont *confondues* et cela se voit sur leurs équations) ;



Cas 1 Cas 2 Cas 3

<u>Exercice 1</u> :
Dans tous ces systèmes, y en a-t-il :

- sans solution ?
- avec une infinité de solutions ?
- avec $(0;0)$ comme solution ?

a) $\begin{cases} x-y=3 \\ y-x=-3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y=3 \\ -x-y=3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x=y \\ x-y=0 \end{cases}$

<u>Exercice 2</u> :
Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y=5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+2y=2 \end{cases}$

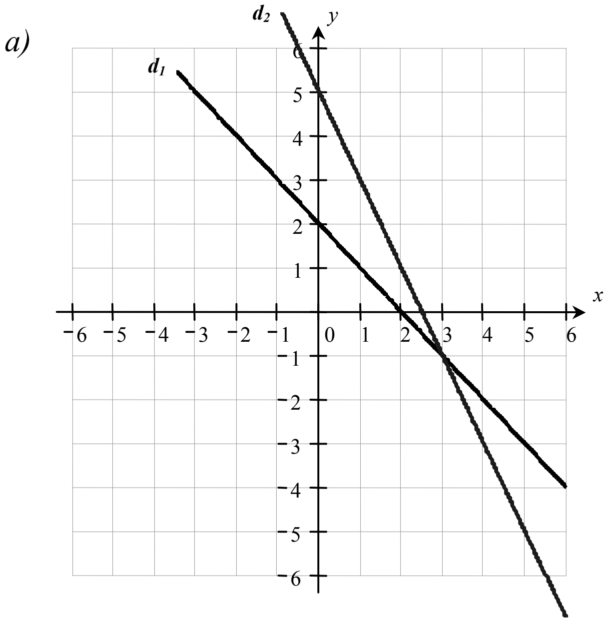
Solution :

_Ex 1_ :
a) infinité de solutions ;
b) $(0;0)$ *est solution ;*
c) aucune des trois propositions (en fait $(0;3)$ *est solution) ;*
d) sans solution ;
e) $(0;0)$ *est solution et aussi une infinité de solutions.*

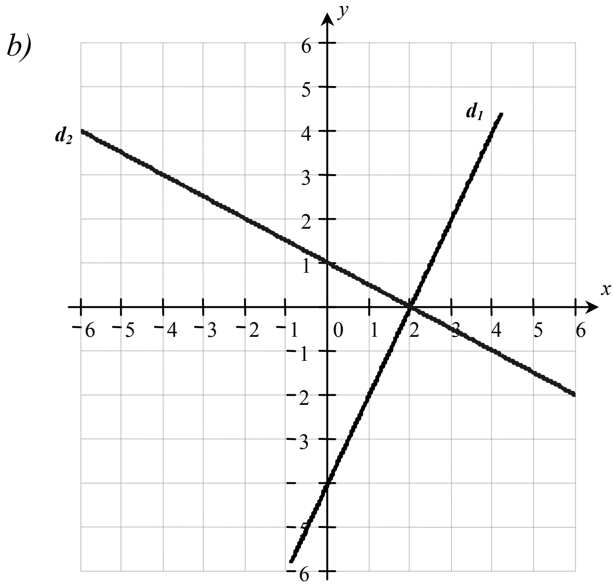
_Ex 2_ :

a) $\begin{cases} d_1: \ y=-x+2 \\ d_2: \ y=-2x+5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} d_1: \ y=2x-4 \\ d_2: \ y=-\dfrac{1}{2}x+1 \end{cases}$



$x=3 \quad et \quad y=-1$



$x=2 \quad et \quad y=0$