SERIE 36 – Systèmes d'équations

Une équation du 1^{er} degré à 2 inconnues

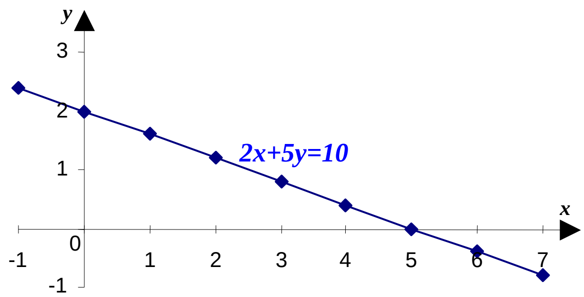
<u>Définition</u> :
Une équation du 1^{er} degré à 2 inconnues *x* et *y*, est une équation du type :

$ax + by = c$ où a,b,c sont des nombres réels donnés.

<u>Exemple</u> :
Soit l'équation à deux inconnues $2x + 5y = 10$

On peut écrire l'équation équivalente : $y = -\frac{2}{5}x + 2$

De cette manière on se rend vite compte que pour des valeurs arbitraires de *x* on peut calculer la valeur de *y*.
On obtient, par exemple, les couples solutions : $(0;2)$, $(5;0)$, $(10;-2)$, …



La représentation graphique permet de voir que l'équation $y = -\frac{2}{5}x + 2$ est celle d'une droite.
Ainsi les couples solutions sont des coordonnées des points de la droite.

Système d'équations du 1^{er} degré à 2 inconnues

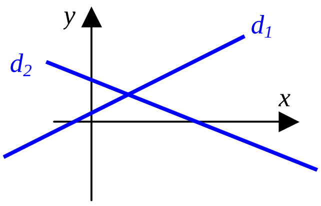
<u>Définition</u> :
Résoudre un système d'équation de 1^{er} degré à **deux inconnues**, c'est chercher les **solutions communes** à **deux équations** du modèle précédent. Un tel système se représente ainsi :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

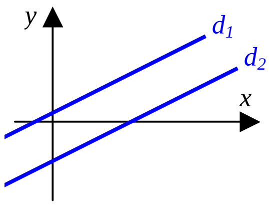
où : a, b, c, a', b' et c' sont des nombres réels donnés ;
x et *y* sont les deux inconnues.

<u>Trois cas possibles :</u>
Si l'on pense en terme de 2 équations de 2 droites pour lesquels on cherche les points communs (intersection), on comprend que trois cas sont possibles :

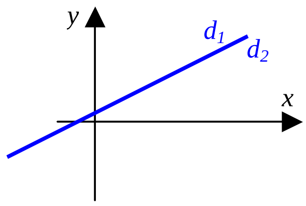
1) Généralement, un tel système sera vérifié pour **un couple de nombre et un seul** (deux droites ont généralement un seul point d'intersection, elles sont *sécantes*) ;
2) Plus rarement, le système n'aura **pas de solution** (les droites sont strictement *parallèles*) ;
3) Une **infinité de solutions** (quand les droites sont *confondues* et cela se voit sur leurs équations) ;



Cas 1



Cas 2

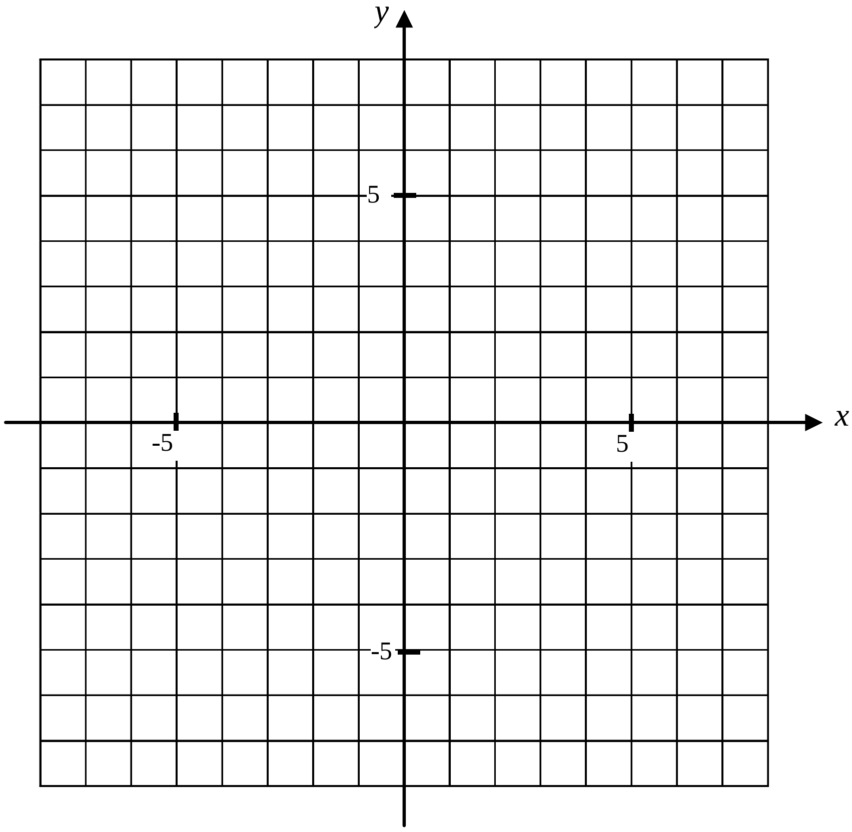


Cas 3

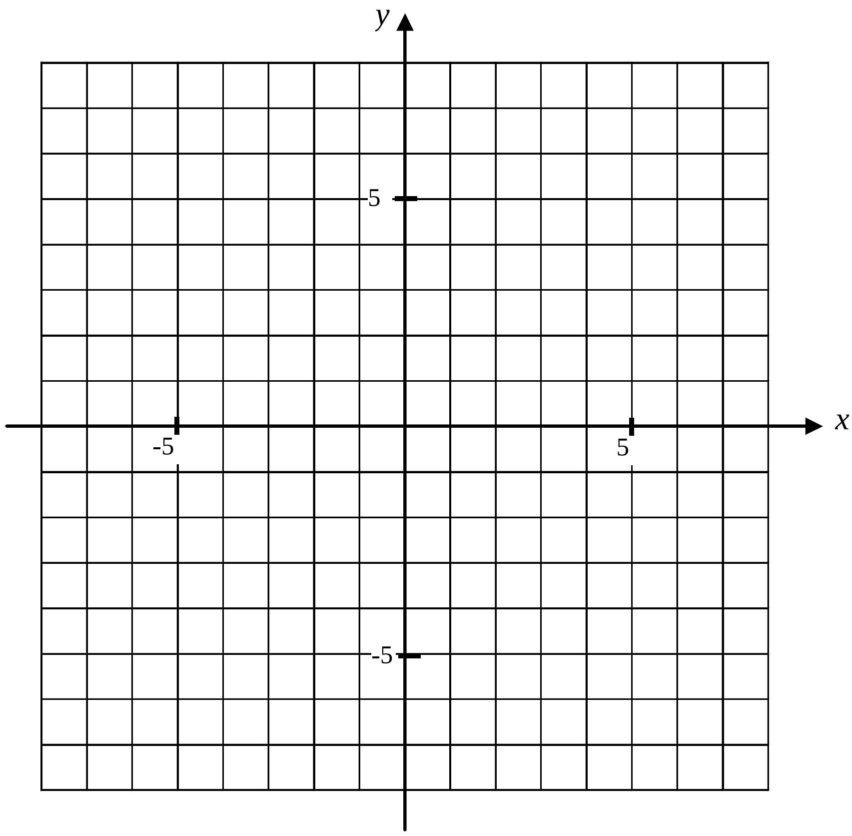
Exercice 1 :

Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y=5 \end{cases}$



b) $\begin{cases} -2x+y+4=0 \\ x+2y=2 \end{cases}$



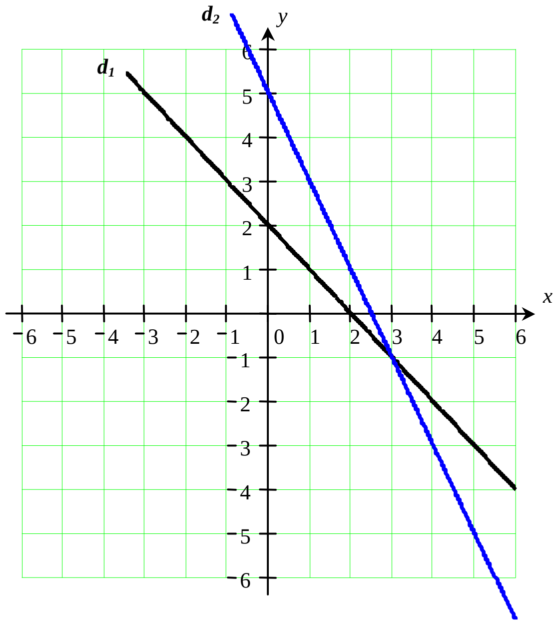
Solution :

Ex 1 :

a) $\begin{cases} d_1 :\ y = -x + 2 \\ d_2 :\ y = -2x + 5 \end{cases}$

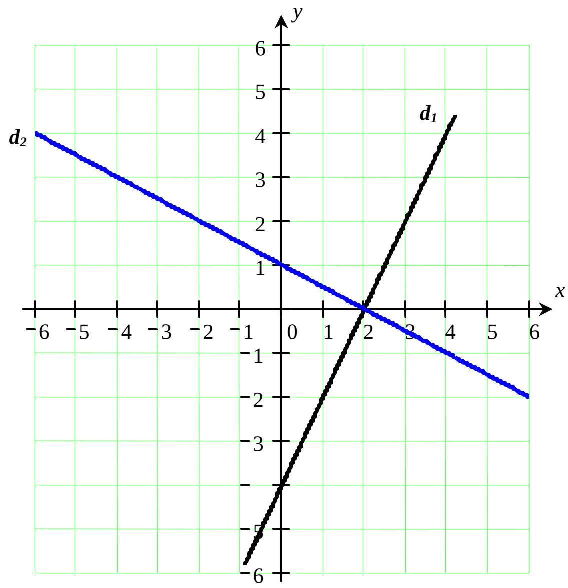
b) $\begin{cases} d_1 :\ y = 2x - 4 \\ d_2 :\ y = -\dfrac{1}{2}x + 1 \end{cases}$

a)



$x = 3 \quad et \quad y = -1$

b)



$x = 2 \quad et \quad y = 0$