

SERIE 37 – Systèmes d'équations

Méthode de substitution**Principe directeur :**

- Isoler y (ou x) dans l'une des deux équations puis substituer dans l'autre afin d'obtenir une équation à une seule inconnue en x (respectivement y).

$$\begin{cases} ax + by = c & (I) \\ a'x + b'y = c' & (II) \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{isoler par exemple} \\ y \text{ dans (II)}}} \begin{cases} ax + by = c & (I) \\ y = f(x) & (II) \end{cases} \xrightarrow{\text{substituer dans (I)}} ax + b \cdot f(x) = c$$

- Résoudre l'équation obtenue $ax + b \cdot f(x) = c$ et déterminer l'inconnue x (respectivement y).
- Déterminer l'inconnue manquante y (respectivement x) en utilisant l'une des deux équations initiales.
- Donner l'ensemble des solutions : $S = \{(x, y)\}$

Exemple :

Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 7 & (I) \\ 2x - 3y = -11 & (II) \end{cases}$$

On choisit d'isoler x dans la 1^{ère} équation (généralement dans l'équation la moins complexe) :

$$\begin{cases} \boxed{x = 7 - y} & (I') \\ 2x - 3y = -11 & (II) \end{cases}$$

On remplace x dans la 2^{ème} équation : $2 \cdot (7 - y) - 3y = -11$ (II)On résout pour trouver l'inconnue y : $14 - 2y - 3y = -11$
 $-5y = -25$

$$\boxed{y = 5}$$

On peut alors facilement trouver x , via (I') par exemple :

$$\boxed{x = 7 - 5 = 2}$$

Donc : $\boxed{S = \{(2; 5)\}}$ **Vérification :**On vérifie que le couple $(2; 5)$ est solution du système :

$$\begin{cases} 2 + 5 = 7 & (I) \\ 2 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = -11 & (II) \end{cases}$$

Exercice 1 :

Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant la méthode de substitution.

a)
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + 2y = 10 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + 2y = 5 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Exercice 2 :

Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant la méthode de substitution.

a)
$$\begin{cases} 5x - 16 = 2y \\ 3y = 2x - 13 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 0 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = 11 - 3y \\ 2x + \frac{1}{4}y = -3 \end{cases}$$



Solutions :**Ex 1 :**a) $S = \{(2; 0)\}$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \{(2; 3)\}$; d) *infinité de solutions* ; e) $S = \{(5; 2)\}$ **Ex 2 :**a) $S = \{(2; -3)\}$; b) $S = \{(2; 4)\}$; c) $S = \{(-2; 4)\}$