SERIE 39 – Systèmes d'équations

Méthode de combinaison ou <u>méthode d'addition</u> (soustraction)

<u>Principe directeur</u> :

- Multiplier judicieusement chaque équation , afin qu'en ajoutant membre à membre les deux équations, l'une des deux inconnues s'élimine.

$$\begin{cases} ax+by=c & (I) \\ a'x+b'y=c' & (II) \end{cases} \xrightarrow[\text{éliminer y}]{\text{cherchons à}} \begin{cases} dx+ey=f & (I) \\ d'x-ey=g & (II) \end{cases}$$
$$\overline{dx+d'x=f+g}$$

- Résoudre l'équation obtenue $dx+d'x=f+g$ et déterminer l'inconnue *x*.
- Déterminer l'inconnue manquante *y* (respectivement *x*) en utilisant l'une des deux équations initiales.
- Donner l'ensemble des solutions : $S=\{(x,y)\}$

<u>Exemple</u> :
Résoudre le système :

$$\boxed{\begin{cases} x+y=7 & (I) \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}}$$

Afin d'éliminer y, on multiplie par 3 la première équation. Cela donne un nouveau système, équivalent au premier :

$$\begin{cases} 3x+3y=21 & (I') \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}$$

On ajoutant membre à membre ces deux égalités, on trouve :

$$\begin{cases} 3x+3y=21 & (I') \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}$$
$$\overline{5x \quad = \quad 10}$$

On trouve donc : $\boxed{x=2}$

Déterminer l'inconnue manquante *y* en utilisant (I), la première équation (initiale) : $2+y=7$
On obtient : $\boxed{y=5}$

Donc : $\boxed{S=\{(2;5)\}}$

<u>Remarques</u> :

- Le choix d'éliminer une inconnue plutôt qu'un autre est en soi arbitraire. Il peut être plus fastidieux de choisir l'une plutôt que l'autre en fonction des difficultés du calcul littéral.
- Au lieu de déterminer la seconde inconnue en substituant la première (résolue), on peut opter de recommencer la résolution depuis le début via l'élimination de l'autre inconnue. Cette démarche est généralement moins avantageuse.

Exercice 1 :

Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant ***la méthode d'addition***.

a) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x-0,5y=0 \\ 1,2x+3y=6,6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x+4y=9 \\ -2x+3y=14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{3} \\ 3x-\dfrac{y}{2}=10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x=2y+16 \\ 3y=2x-13 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+3y=5 \\ \dfrac{1}{3}x+y=-2 \end{cases}$

Exercice 2 :

Résoudre les systèmes ci-dessous.

a) $\begin{cases} x+y=-\dfrac{9}{4} \\ 2x+3y=-\dfrac{27}{4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{12}=\dfrac{7}{14} \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{4}{8} \end{cases}$

Exercice 3* :

Résoudre les systèmes ci-dessous.

a) $\begin{cases} \dfrac{15x+8y}{8}=45-\dfrac{1}{8} \\ \dfrac{25x-12y}{25}=10-\dfrac{19}{25} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{5x-3}{4}-\dfrac{3x-19}{4}=2+\dfrac{3y+x}{6} \\ \dfrac{9x-7}{8}-\dfrac{4x-5y}{16}=\dfrac{4x+y-9}{4} \end{cases}$

Solutions

Ex 1 :

a) $S=\{(-1;-4)\}$ *; b)* $S=\{(-1;4)\}$ *; c)* $S=\{(2;-3)\}$ *; d)* $S=\{(0,5;2)\}$ *; e)* $S=\{(3;-2)\}$ *; f)* $S=\varnothing$

Ex 2 :

a) $S=\left\{\left(0;-\dfrac{9}{4}\right)\right\}$ *; b)* $S=\left\{\left(\dfrac{42}{13};\dfrac{15}{13}\right)\right\}$

Ex 3 :

a) $S=\left\{\left(\dfrac{81}{5};\dfrac{29}{2}\right)\right\}$ *; b)* $S=\left\{\left(\dfrac{39}{2};17\right)\right\}$