

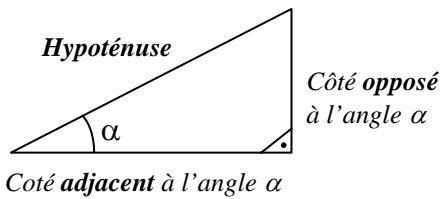
SERIE 14
Trigonométrie du triangle rectangle

Calculatrice autorisée

Historiquement les fonctions trigonométriques rendent compte, dans les triangles rectangles semblables (conservation des rapports et des les angles), de la conservation des rapports des côtés en fonction des angles. Le sinus, le cosinus et la tangente expriment ces rapports.

Fonctions trigonométriques :

Soit le **triangle rectangle** ci-dessous, on définit les trois rapports suivants :



Le **sinus** de l'angle α :

$$\sin \alpha = \frac{opp.}{hyp.}$$

Le **cosinus** de l'angle α :

$$\cos \alpha = \frac{adj.}{hyp.}$$

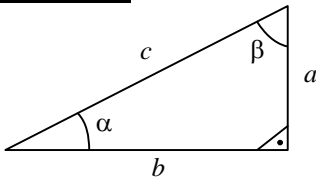
La **tangente** de l'angle α :

$$\tan \alpha = \frac{opp.}{adj.}$$

Dans un triangle rectangle, la valeur de ces rapports ne dépend que de l'angle α .

Remarque : on écrit aussi $tg(\alpha)$ pour $\tan(\alpha)$

Exemples :



$$\sin(\alpha) =$$

$$\sin(\beta) =$$

$$\cos(\alpha) =$$

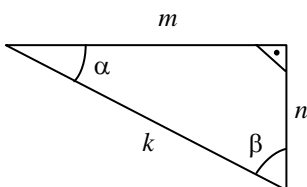
$$\cos(\beta) =$$

$$\tan(\alpha) =$$

$$\tan(\beta) =$$

Exercice 1 :

Compléter:



1) $\sin \beta =$

4) $\tan \beta =$

2) $\tan \alpha =$

5) $\sin \alpha =$

3) $\cos \alpha =$

6) $\cos \beta =$

Exercice 2 :

A l'aide de la calculatrice, déterminer :

1) $\sin(27^\circ) =$

5) $\tan\left(\frac{2\pi}{5}\right) =$

9) $\cos(90^\circ) =$

2) $\cos(103,4^\circ) =$

6) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) =$

10) $\sin(-74,2^\circ) =$

3) $\tan(72,4^\circ) =$

7) $\sin(0^\circ) =$

11) $\tan(-6,3^\circ) =$

4) $\sin(86^\circ 13' 24'') =$

8) $\tan(90^\circ) =$

12) $\cos(0^\circ) =$



Fonctions trigonométriques réciproques :

On définit les fonctions *réciproques* :

- L'**arc sinus** est la fonction *réciproque* du sinus : $\sin(x) = y \Leftrightarrow \boxed{\arcsin(y) = x}$
- L'**arc cosinus** est la fonction *réciproque* du cosinus : $\cos(x) = y \Leftrightarrow \boxed{\arccos(y) = x}$
- L'**arc tangente** est la fonction *réciproque* de la tangente $\tan(x) = y \Leftrightarrow \boxed{\arctan(y) = x}$

Remarque :

Pour $\arcsin(\dots)$, $\arccos(\dots)$, $\arctan(\dots)$, certaines calculatrices utilisent respectivement les notations

$\boxed{SIN^{-1}, COS^{-1}, TAN^{-1}}$.

Exercice 3 :

A l'aide de la calculatrice, déterminer les angles :

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| 1) $\sin(x) = 0,7421$ | $x = \dots\dots\dots$ | 5) $\tan(x) = 0,7342$ | $x = \dots\dots\dots$ |
| 2) $\tan(x) = 2,4342$ | $x = \dots\dots\dots$ | 6) $\cos(x) = 1,3742$ | $x = \dots\dots\dots$ |
| 3) $\cos(x) = 0,9323$ | $x = \dots\dots\dots$ | 7) $\sin(x) = 0,9326$ | $x = \dots\dots\dots$ |
| 4) $\sin(x) = 1$ | $x = \dots\dots\dots$ | 8) $\tan(x) = -0,4733$ | $x = \dots\dots\dots$ |

Exercice 4 : Résoudre les équations suivantes :

- | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\tan(28^\circ) = \frac{x}{4}$ | 2) $\cos(70^\circ) = \frac{8}{x}$ | 3) $\sin(23^\circ) = \frac{x}{14}$ | 4) $\tan(9^\circ) = \frac{7,3}{x}$ |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|

Exercice 5 : Résoudre les équations suivantes :

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 1) $\sin(x) = \frac{8}{50}$ | 2) $\tan(x) = \frac{13}{4}$ | 3) $\frac{11}{44} = \cos(x)$ | 4) $\frac{7}{2} = \sin(x)$ |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------|

Exercice 6 : Résoudre les équations suivantes :

- | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\cos(35^\circ) = \frac{3}{x}$ | 3) $\frac{4}{x} = \sin(27^\circ)$ | 5) $\sin(x) = \frac{1}{5}$ | 7) $\cos(x) = 0,37$ |
| 2) $\tan(x) = \frac{9}{2}$ | 4) $\frac{x}{5} = \tan(43^\circ)$ | 6) $\sin(37^\circ) = \frac{x}{8}$ | 8) $\frac{x}{3,2} = \tan(37^\circ)$ |

Réponses :

Ex 1 : 1) $\frac{m}{k}$; 2) $\frac{n}{m}$; 3) $\frac{m}{k}$; 4) $\frac{m}{n}$; 5) $\frac{n}{k}$; 6) $\frac{n}{k}$

Ex 2 : 1) 0,4540 ; 2) -0,2317 ; 3) 3,1524 ; 4) 0,9978 ; 5) 3,0777 ; 6) 0,5
7) 0 ; 8) n'existe pas ; 9) 0 ; 10) -0,9622 ; 11) -0,1104 ; 12) 1

Ex 3 : 1) $47,9^\circ$; 2) $67,7^\circ$; 3) $21,2^\circ$; 4) 90° ; 5) $36,3^\circ$; 6) n'existe pas ; 7) $68,8^\circ$; 8) $-25,3^\circ$

Ex 4 : 1) $x=2,13$; 2) $x=23,39$; 3) $x=5,47$; 4) $x=46,11$

Ex 5 : 1) $x=9,2^\circ$; 2) $x=72,9^\circ$; 3) $x=75,5^\circ$; 4) x n'existe pas

Ex 6 : 1) $x=3,66$; 2) $x=77,5^\circ$; 3) $x=8,81$; 4) $x=4,66$;
5) $x=11,5^\circ$; 6) $x=4,81$; 7) $x=68,3^\circ$; 8) $x=2,41$