

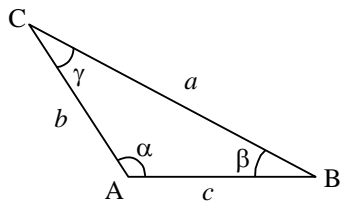
Trigonométrie du triangle quelconque

SERIE 18

Calculatrice autorisée

Le théorème du sinus :

On considère un **triangle quelconque** ABC comme sur la figure ce-dessous.



On a alors les relations suivantes :

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

Remarque :

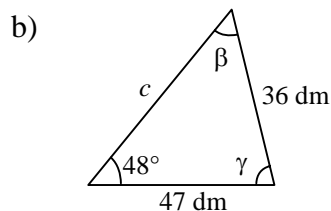
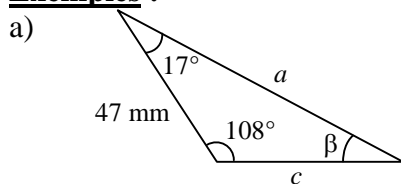
- On peut appliquer le théorème du sinus pour déterminer l'élément manquant d'un triangle quelconque si l'on connaît l'une des combinaisons suivantes :

- 1) deux côtés et un angle opposé à l'un d'entre eux (**CCA**)
- 2) deux angles¹ et un côté quelconque (**AAC** ou **ACA**)

- Dans la section suivante (théorème du cosinus) on pourra résoudre les cas où le théorème du sinus ne peut être utilisé directement à savoir si l'on connaît :

- 1) deux côtés et l'angle entre eux (CAC)
- 2) trois côtés (CCC)

Exemples :

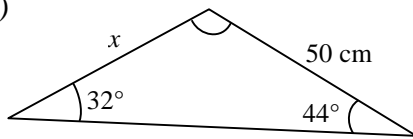


¹ Rappel : Dans un triangle la connaissance de deux angles détermine le troisième.

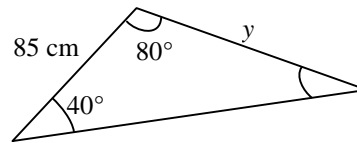
Exercice 1 :

Calculer les inconnues dans les triangles suivants :

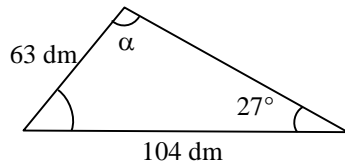
a)



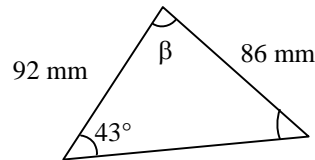
b)



c)

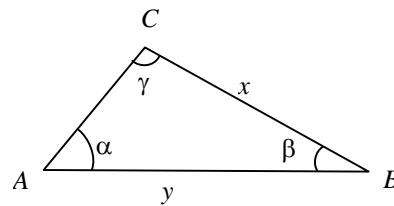


d)

**Exercice 2 :**

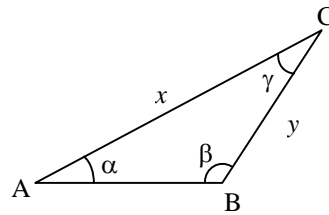
Calculer tous les angles et côtés du triangle quelconque ABC.

$$\overline{AB} = 27\text{ cm} \quad \gamma = 58^\circ \quad \alpha = 45^\circ$$

**Exercice 3 :**

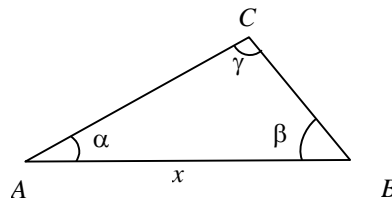
Calculer tous les angles et côtés du triangle quelconque ABC.

$$\overline{AB} = 5,7\text{ cm} \quad \gamma = 58,8^\circ \quad \beta = 101,2^\circ$$

**Exercice 4 :**

Calculer tous les angles et côtés du triangle quelconque ABC.

$$\overline{AC} = 5\text{ cm} \quad \overline{BC} = 2\text{ cm} \quad \alpha = 20^\circ$$

**Exercice 5 :**

Une personne placée au bord d'une rivière voit un arbre en face d'elle, planté sur la rive opposée, sous un angle de 60° (L'arbre est vertical). Elle recule de 30 m et voit alors l'arbre sous un angle de 25° . Déterminer la hauteur de l'arbre et la largeur de la rivière. On néglige la hauteur des yeux et les angles sont mesurés à partir du sol horizontal.

Solutions :

$$\text{Ex 1 : } a) x = 65,54\text{ cm} ; b) y = 63,09\text{ cm} ; c) \alpha = 48,5^\circ ; d) \beta = 90,1^\circ$$

$$\text{Ex 2 : } \beta = 77^\circ ; x = 19,59\text{ cm} ; y = 23,50\text{ cm}$$

$$\text{Ex 3 : } \alpha = 20^\circ ; x = 6,54\text{ cm} ; y = 2,28\text{ cm}$$

$$\text{Ex 4 : } \beta = 58,8^\circ ; \gamma = 101,2^\circ ; x = 5,74\text{ cm}$$

$$\text{Ex 5 : } h = 19,14\text{ m} ; \ell = 11,05\text{ m}$$