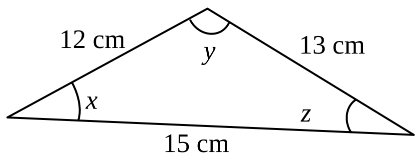
Exercices de math ECG J.P. – 2ème A

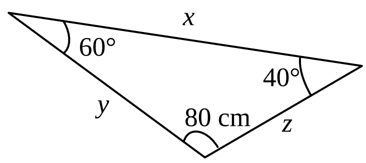
Trigonométrie du triangle quelconque

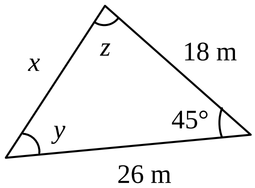
SERIE 19

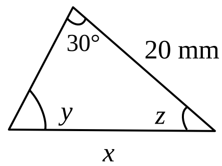
Calculatrice autorisée

Remarque 1 : ***Les limites du théorème du sinus.***
Pour pouvoir applique le **théorème du sinus** à un triangle, il est impératif de connaître la mesure d'un angle et de celle du côté opposé à cet angle. Dans les exemples ci-dessous, le théorème du sinus ne permet pas de calculer les inconnues :

1)


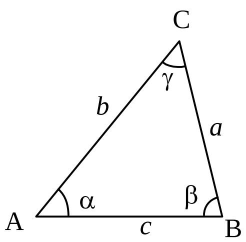
2)


3)


4)


Pour les exemples 1), 2) et 3), on peut résoudre le problème en commençant par appliquer le **théorème du cosinus (voir série suivante)**.
Pour l'exemple 4), il manque des données pour résoudre le problème.

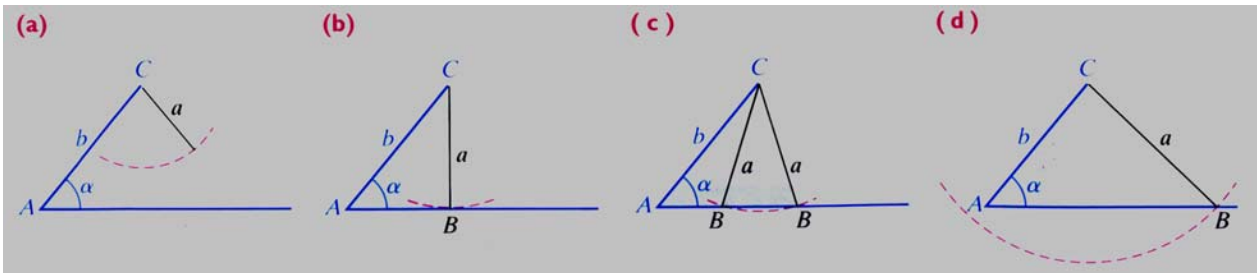
Remarque 2 : ***Pas toujours un triangle unique ! Le cas ambigu…***
Si nous connaissons deux côtés et un angle opposé à l'un d'eux (CCA) cela ne détermine pas toujours un triangle unique.



On suppose donnés : α , ***b*** et ***a***

Considérons que α est aigu : $\alpha < 90°$

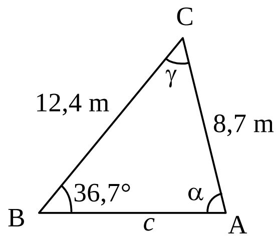
En place α en positions standard et on considère le segment **AC** de longueur ***b*** sur le côté final de α. Le troisième sommet B en fonction de la longueur de ***a*** devrait se situer quelque part sur l'axe horizontal on a alors 4 situations possibles :



- Si on trouve $\sin\beta > 1$ alors il n'existe aucun triangle et on a le cas (a).
- Si on trouve $\sin\beta = 1$ alors $\beta = 90°$ et on a le cas (b).
- Si on trouve $\sin\beta < 1$ on est dans le cas (c) ou (d).

N.B. Si au départ $\alpha > 90°$ un triangle existe si et seulement si $a > b$.

<u>Exercice 1</u> :
Déterminer les grandeurs manquantes.



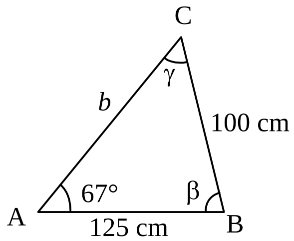
Attention il y a deux possibilités !

α_1 *et* $\alpha_2 = 180° - \alpha_1$

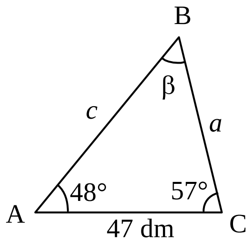
N.B. $\sin\alpha_1 = \sin\alpha_2$

<u>Exercice 2</u> :
Trouver les grandeurs manquantes.

a)

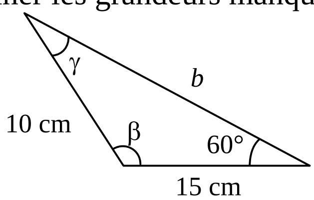


b)

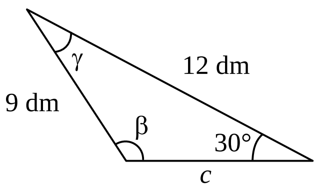


<u>Exercice 3</u> :
Déterminer les grandeurs manquantes.

a)



b)

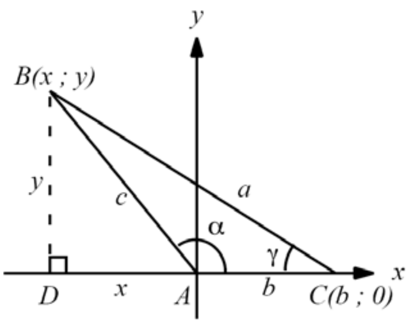


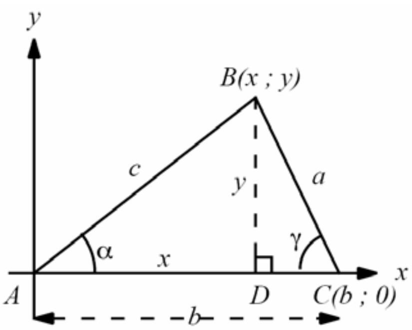
<u>Exercice 4</u> :

a) Montrer grâce au cercle trigonométrique que : $\sin\alpha = \sin(180 - \alpha)$

b) Démontrer dans les deux cas de figures ci-dessous le théorème du sinus. En utilisant deux triangles rectangles et la grandeur *y* montrer que :

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c}$$





<u>Solutions</u> :

<u>Ex 1</u> : *Cas 1 : α = 58,4° ; γ = 84,9° ; c = 14,5 m*
Cas 2 : α = 121,6° ; γ = 21,7° ; c = 5,4 m

<u>Ex 2</u> : *a) Ce triangle ne peut être construit.* *b) a = 36 dm ; c = 41 dm*

<u>Ex 3</u> : *a) Ce triangle ne peut être construit.* *b) 2 solutions : …*