SERIE 23
Equations du second degré

Équation du second degré ou équation quadratique

<u>Définition</u> :
Une **équation** polynomiale est du **2ème degré** (ou **quadratique**) en *x*, si on peut la mettre sous la forme générale :

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

où les **coefficients** *a*, *b*, *c* donnés sont des nombres réels et $a \neq 0$.

<u>Remarque</u> :

- La forme $ax^2 + bx + c = 0$ est dite **canonique**.
- Pour l'équation du 2ème degré**,** on parle aussi **d'équation d'ordre** 2.
- On demande que le coefficient $a \neq 0$ sinon l'équation serait au plus du 1er degré.
- Si les coefficients b et c sont <u>non nuls</u>, on dit que l'équation est **complète,** autrement elle est dite **incomplète**.

<u>Exemples</u> :
1) $-x^2 + 3x - 7 = 0$ où $a = -1$, $b = 3$ et $c = -7$
2) $4x^2 + 9 = 0$ où $a = 4$, $b = 0$ et $c = 9$
3) $7x^2 - \sqrt{2}x = 0$ où $a = 7$, $b = -\sqrt{2}$ et $c = 0$

<u>Exercice 1</u> :
Déterminer les **coefficients** des équations quadratiques ci-dessous :

a) $2x^2 - x + 4 = 0$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

b) $-x^2 + \frac{1}{2}x = 0$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

c) $-x^2 - 4 = 0$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

d) $-5x^2 - 2x = 4$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

e) $-2x^2 = x - 7$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

f) $3x + 7 = 5x^2$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

g) $x \cdot (4x - 2) + 4 = 0$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

h) $4 \cdot (2x - 5) + 4x^2 = 0$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

i) $3 \cdot (5x + 2) = 5x \cdot (2 - x)$ $a = ...$; $b = ...$; $c = ...$

Résolutions d'équations quadratiques incomplètes

Définition :
Pour la forme générale $ax^2+bx+c=0$ (avec $a\neq 0$) si l'un des coefficients *b* ou *c* est nul, l'équation quadratique est dite **incomplète**.

On a trois cas possibles :

- ***Cas où b = 0 et c = 0 avec a ≠ 0*** Exemple : $3x^2=0$

- ***Cas où b = 0, c ≠ 0 et a ≠ 0*** Exemple : $4x^2-1=0$

- ***Cas où c = 0, b ≠ 0 et a ≠ 0*** L'équation quadratique est de la forme : $\boxed{ax^2+bx=0}$

  Théorème fondamental d'arithmétique : $A\cdot B=0 \iff A=0$ *ou* $B=0$

  Exemple : $3x^2-12x=0$ *(par la mise en évidence)*

Exercice 2 :
Résoudre les équations suivantes le plus rapidement possible :

1) $3x^2+6x=0$
2) $x^2-9=0$
3) $2x^2+50=0$
4) $-9x^2=0$
5) $x^2-25=0$
6) $3x^2-48=0$
7) $5x^2-48=3x^2-114$
8) $\dfrac{x^2}{4}-36=0$
9) $\dfrac{5}{3}x^2=x^2+30$
10) $6x^2=-15x$

<u>Méthode de résolution par factorisation</u>

<u>Trois identités remarquables élémentaires</u> :

I. $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ II. $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ III. $\boxed{(a-b)(a+b) = a^2 - b^2}$

Pour la factorisation on les utilise de gauche à droite. On peut ainsi résoudre des équations produit du deuxième degré grâce ai théorème fondamentale d'arithmétique.

<u>Exemples</u> :

a) $x^2 - 25 = 0$

b) $x^2 = -3x - 9$

c) $4x^2 - 12x = -9$

<u>Exercice 3</u> :

Résoudre les équations suivantes en utilisant les identités remarquables :

a) $16x^2 - 81 = 0$

b) $10x - 25 = x^2$

c) $x^2 = 8x - 16$

d) $9y^2 + 6y + 1 = 0$

e) $x^2 - 4x^2 = 0$

f) $36 + 25y^2 + 60y = 0$

g) $36x = 4x^2 + 81$

h) $x^4 + 25 - 10x^2 = 0$

i) $9 - 12y + 4y^2 = 0$

j) $200x + 225 = 50x - 25x^2$

k) $25x^2 + 20x + 4 = 0$

l) $64 + 16x^3 + x^6 = 0$

Solutions **:**

Ex 1:	*a) 2 ;-1 ; 4 ;*	*b) -1 ; 1/2 ; 0 ;*	*c) -1 ; 0 ; -4 ;*	*d) -5 ; -2 ; -4 ;*	
	e) -2 ; -1 ; 7 ;	*f) -5 ; 3 ; 7 ;*	*g) 4 ; -2 ; 4 ;*	*h) 4 ; 8 ; -20 ;*	*i) 5 ; 5 ; 6*
Ex 2:	*1) -2 et 0 ;*	*2) ±3 ;*	*3) pas de sol ;*	*4) 0 ;*	*5) ±5 ;*
	6) ±4 ;	*7) pas de sol ;*	*8) ±12 ;*	*9)* $\pm\sqrt{45}$ *;*	*10) -5/2 et 0*
Ex 3:	*a) ±9/4 ;*	*b) 5 ;*	*c) 4 ;*	*d) -1/3 ;*	*e) 0 ;*
	f) -6/5 ;	*g) 9/2 ;*	*h)* $\pm\sqrt{5}$ *;*	*i) 3/2 ;*	*j) -3 ;*
	k) -2/5 ; -2				