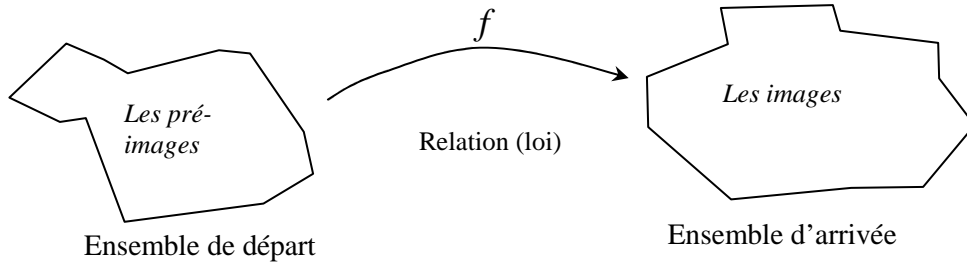


SERIE 34
Les fonctions

Une fonction, une image, une préimage et un domaine de définition

On considère un ensemble de départ (généralement des nombres) et un ensemble d'arrivée (généralement des nombres aussi).



Exemple :

On donne une relation selon la loi suivante :

« Prendre le carré d'un nombre, puis le double et soustraire trois. »

x	y
Les éléments de départ (pré-images)	Les éléments à l'arrivée (images)
-2	
-1	
0	
1	
2	5
3	

LES ABSCISSES

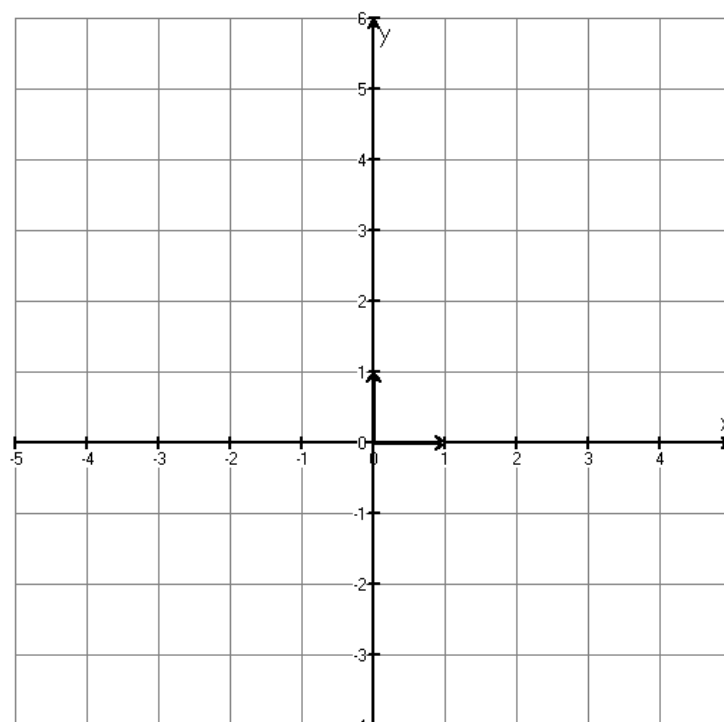
LES ORDONNÉES

On a des couples :
(2 ; 5)

LES COUPLES

On a le graph qui illustre cette situation :

Axe des ordonnées

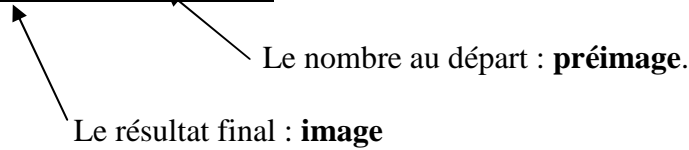


Axe des abscisses

La formule qui traduit cette loi (relation) est :

$$y = 2x^2 - 3$$

cela donne des couples solution $(x; y)$



On appelle fonction f la relation entre un ensemble de départ et d'arrivée.

Les différentes notations :

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x^2 - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto y = 2x^2 - 3 \end{array}$$

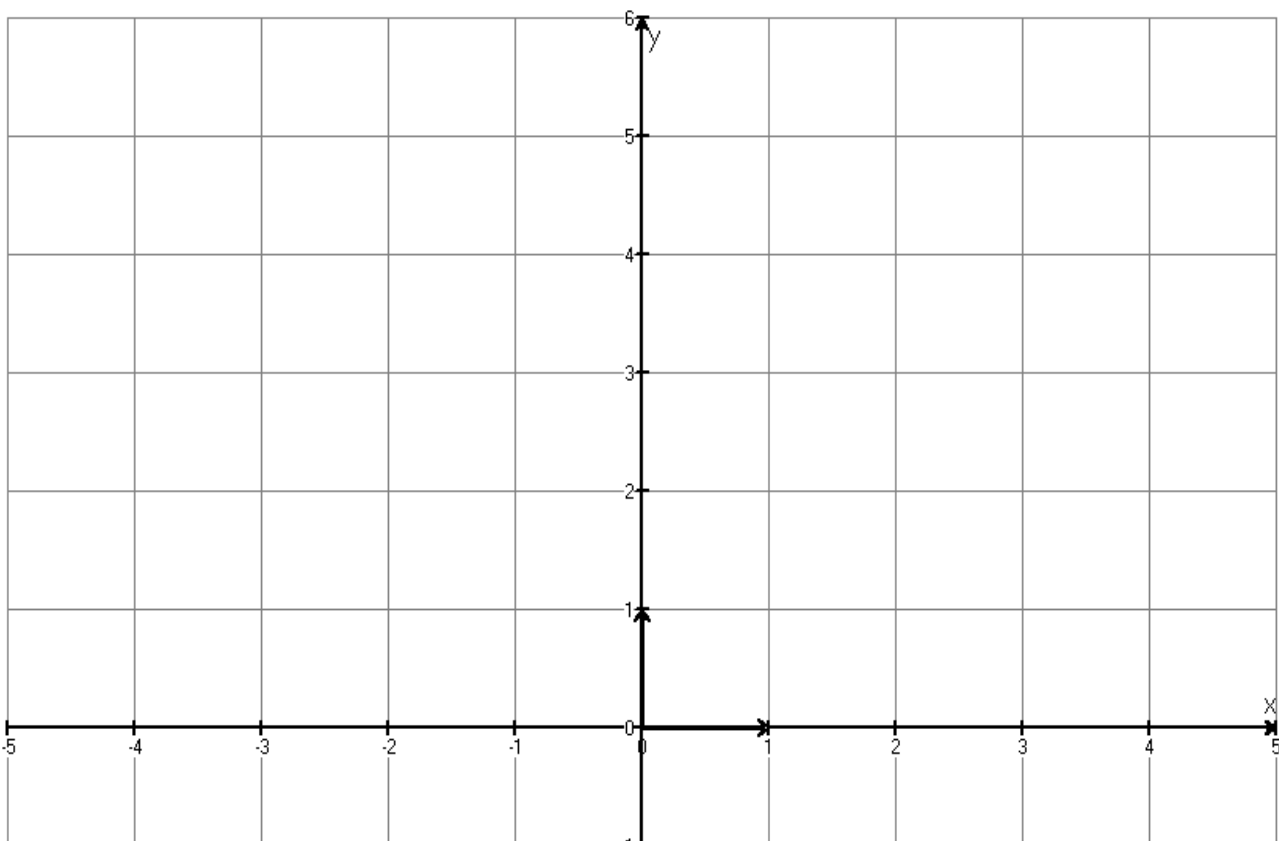
$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) = 2x^2 - 3 \end{array}$$

Exercice 1 :

Donner la représentation graphique de : $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \frac{50}{x^2 + 10}$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y										



On demande :

- a) Pour cette fonction quelle est l'image de 3 ?
- b) Quelles sont les pré-images de 2 ?
- c) Quel est le maximum de cette fonction ?
- d) Y-a-t-il un axe de symétrie ?

Exemple :

Soit une fonction $f : x \rightarrow y = 2x + 3$

- On appelle **image** de x la valeur y par f .

Exemple: l'image de 3 est : $y = f(3) = 9$

- On appelle **pré-image** de y la valeur x telle que $x = f^{-1}(y)$.

Exemple : la pré-image de 5 signifie trouver pour quel x on a $y = 5$

$$\text{Donc : } 5 = 2x + 3 \quad \text{c.à.d. } x = 1 \quad \text{donc } x = f^{-1}(5) = 1$$

- Le **domaine de définition** d'une fonction f c'est toutes les valeurs de x pour lesquels $f(x)$ existe.

Exemples : Pour $f : x \rightarrow y = 2x + 3$ on a que : $D_f = \mathbb{R}$

Pour $g : x \rightarrow \frac{1}{x-2}$ on a que : $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

Pour $h : x \rightarrow h(x) = \sqrt{x+2}$ on a que : $D_h = [-2; +\infty[$

Exercice 2 :

Soit une fonction $g(x) = \frac{x-2}{x+3}$

- a) Quelle est l'image de 4 ? Et de -4 ?
- b) Quelle est la (les) pré-image(s) de -2 ? Et de -3 ?
- c) Quel est le domaine de définition de g ?

Exercice 3 :

Soit une fonction $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

- a) Quelle est l'image de 2 ? Et de -3 ?
- b) Quelle est la (les) pré-image(s) de 0,5 ?
- c) Quelle est la (les) pré-image(s) de 4 ? Et de -4 ?
- d) Quel est le domaine de définition de f ?

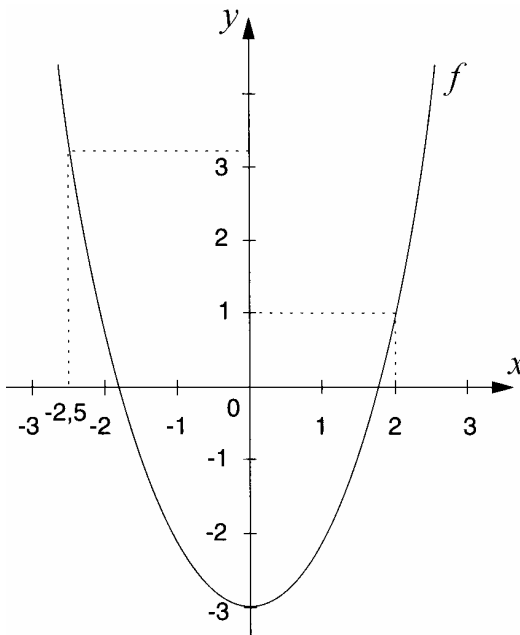
Exercice 4 :

Soit une fonction $h(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$

- a) Quelle est l'image de 7 ? Et de -4 ?
- b) Quelle est la (les) pré-image(s) de -2 ? Et de 8 ?
- c) Quel est le domaine de définition de h ?

Exercice 5 :

Voici une application f



- a) La préimage $-2,5$ a pour image
On note $f(-2,5) = \dots\dots\dots$
- b) L'image 1 a pour préimage(s) :
Aussi on a : $f(2) = \dots\dots\dots$
- c) Son domaine de définition est : $D_f = \dots\dots\dots$

Exercice 6 :

Donner une représentation graphique des fonctions suivantes :

- a) $f : x \mapsto \frac{1}{x-2}$
- b) $g(x) = \sqrt{x+2}$
- c) $h : x \mapsto y = x^3$
- d) $i : x \mapsto y = \sqrt[3]{x}$
- e) $j(x) = |x|$
- f) $k(x) = \frac{x-2}{x+1}$