SERIE 52
Les inéquations

Les propriétés des inégalités

<u>Propriété N° 1 :</u>
On peut **ajouter** (ou **retrancher**) un même nombre à chaque membre d'une inégalité, sans changer le sens de l'inégalité :

Si $a \le b$ alors $a+c \le b+c$

<u>Exemple</u> :
Pour $5<8$ en ajoutant 4 on a encore : $5+4<8+4$

<u>Propriété N° 2 :</u>
On peut **multiplier** (ou **diviser**) chaque membre d'une inégalité par un **<u>même nombre positif</u>**, sans changer le sens de l'inégalité :

Si $a \le b$ et $c>0$ alors $a \cdot c \le b \cdot c$

<u>Exemple</u> :
Pour $5<8$ en multipliant par 4 on a encore : $5\cdot 4<8\cdot 4$

<u>Propriété N° 3 :</u>
On peut **multiplier** (ou **diviser**) chaque membre d'une inégalité par un **<u>même nombre négatif</u>**, à condition de **<u>changer le sens de l'inégalité :</u>**

Si $a \le b$ et $c<0$ alors $a \cdot c \ge b \cdot c$

<u>Exemple</u> :
Pour $5<8$ en multipliant par -4 on a cette fois : $5\cdot 4<8\cdot 4$

Résolution des inéquations du 1er degré

Pour trouver les solutions d'une inéquation, on peut appliquer les <u>trois propriétés précédentes</u>. La méthode de résolution reste similaire à celle employée pour résoudre une équation ordinaire du 1er degré à une inconnue. <u>Il faut néanmoins se méfier en utilisant la 3ème propriété !!!</u>

<u>Exemple 1</u> :

$3x-7<x+3$

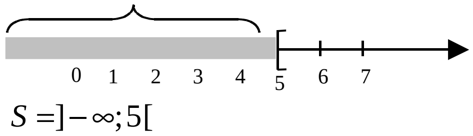
$3x-x<3+7$

$2x<10$

$x<\frac{10}{2}$

$x<5$

$S=\{x \mid x<5\}$



$S=]-\infty;5[$

<u>Exemple 2 :</u>

$-x+4 \le 2x-2$

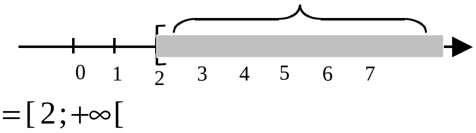
$-x-2x \le -2-4$

$-3x \le -6$

$x \ge \frac{-6}{-3}$ **(Attention, on utilise P3 !!!)**

$x \ge 2$

$S=\{x \mid x \ge 2\}$



$S=[2;+\infty[$

Deux inéquations particulières du 1er degré

Exemple 1 :

Résolvons : $2x+2<2x-4$

$2x-2x<-4-2$

$0<-6$!? !?

On abouti à une **contradiction** ! Ainsi quelle que soit la valeur de *x* on ne peut vérifier cette inégalité ! L'inéquation $2x+2<2x-4$ n'a donc pas de solution. On écrit : $S=\varnothing$

Exemple 2 :

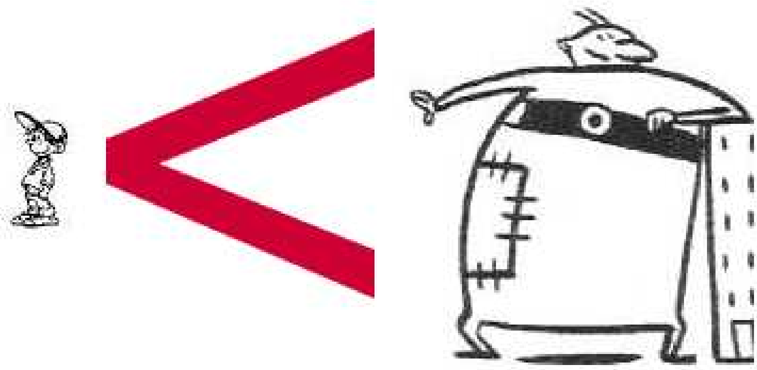
Résolvons : $2x-4<2x+2$

$2x-2x<2+4$

$0<6$

Ainsi quelle que soit la valeur de *x* on toujours $0<6$ (ce qui est vrai). Donc pour toutes les valeurs de *x* cette inéquation sera vérifiée. L'inéquation $2x-4<2x+2$ a donc pour solution n'importe quel nombre réel *x*. On écrit : $S=\mathbb{R}$

Effectuer les exercices suivants sur une feuille à part !



Exercice 1 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $6x+3>7x-4$

b) $14x-3<11x+15$

c) $2\cdot(4x-5)\leq 0$

d) $5x\geq 3x$

e) $5x+4>5x+6$

f) $6x+7>6x+7$

g) $4x-5\geq 4x-5$

h) $4x-2(1-5x)\leq 5x-2$

i) $\frac{3x}{2}+2<\frac{x}{3}$

j) $\frac{1}{4}+\frac{2x}{5}-3x>-2$

k) $4(x-6)<10+4x$

l) $\frac{x}{2}\leq\frac{x}{5}$

m) $5-2(1-4x)<8x+6$

n) $5-2(1-4x)>8x+6$

o) $8-2(1-4x)<8x+6$

p) $8-2(1-4x)\leq 8x+6$

q) $9-2(1-4x)\geq 7+8x$

r) $9-2(1-4x)>7+8x$

Exercice 2 :
Résoudre les inéquations suivantes et donner la réponse sous forme d'intervalle :

a) $7x+4\geq 5x+8$

b) $6x-3<7x+6$

c) $4x+2\leq -3x-5$

d) $10x-4>7x+2$

e) $3x+6\leq 5x-2$

f) $4\cdot(x-2)>2$

g) $3x-1\leq 5\cdot(x+2)$

h) $2-4\cdot(x+3)>x+2$

i) $7\cdot(2x+3)\leq 12x+17$

j) $4x+2\geq 4x-2$

k) $2x+3<2\cdot(x-4)$

l) $7x+3\geq 7x$

m) $\frac{x}{2}-\frac{4}{3}<\frac{5x}{6}$

n) $\frac{7x}{3}+\frac{1}{2}\geq\frac{x}{2}-\frac{1}{3}$

o) $\frac{x}{5}-\frac{1}{3}>\frac{5}{2}x+\frac{1}{6}$

p) $\frac{x}{4}\leq\frac{x}{2}$

q) $\frac{7}{2}x-\frac{1}{3}\geq\frac{7x}{2}+\frac{1}{4}$

r) $3x+\frac{1}{5}<\frac{x}{3}+4$

s) $\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{x}{3}-1\right)\leq\frac{7}{4}x-\frac{1}{3}$

Exercice 3 :
Résoudre les inéquations suivantes et donner la réponse sous forme d'intervalle :

a) $-2x+4\leq 5x+8$

b) $-3x+4>-3x+7$

c) $5\cdot(2x-4)\leq 5x-(-2x+3)$

d) $3\cdot(2x-5)-5x<2\cdot(-3x+2)-5$

e) $\frac{1}{2}x+4\geq\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}-x$

f) $\frac{5x-1}{4}-\frac{2x-1}{3}<x-\frac{1}{3}$

Exercice 4 :
Résoudre les inéquations suivantes et donner la réponse sous forme d'intervalle :

a) $\frac{5x+4}{12}+\frac{1}{3}>3x-5-\frac{4x-2}{3}$

b) $4x-5\cdot(2x-4)-3x+1\geq 5x-2\cdot\left(-3x-\frac{1}{2}\right)$

c) $3x^3-7x+2\geq 3x\cdot\left(x^2-2\right)$

d) $\frac{3x-4}{6}-\frac{5x-2}{3}\leq-\frac{7}{12}$

e) $\frac{5x-7}{2}-\left(-3x+\frac{5x-1}{2}\right)\geq 6x-\frac{3}{2}$

f) $\frac{7x-4}{5}-\frac{2x-3}{10}\geq-\frac{2x+4}{5}+x$

Solutions **:**

Ex 1: *a)* $S=]-\infty;7[$ *b)* $S=]-\infty;6[$ *c)* $S=]-\infty;\frac{5}{4}]$ *d)* $S=[0;+\infty[=\mathbb{R}^+$

e) $S=\varnothing$ *f)* $S=\{\ \}$ *g)* $S=\mathbb{R}$ *h)* $S=]-\infty;0]=\mathbb{R}^-$

i) $S=]-\infty;-\frac{12}{7}[$ *j)* $S=]-\infty;\frac{45}{52}[$ *k)* $S=\mathbb{R}$ *l)* $S=]-\infty;0]=\mathbb{R}^-$

m) $S=\mathbb{R}$ *n)* $S=\varnothing$ *o)* $S=\varnothing$ *p)* $S=\mathbb{R}$

q) $S=\mathbb{R}$ *r)* $S=\varnothing$

Ex 2: *a)* $S=[2;+\infty[$ *b)* $S=]-9;+\infty[$ *c)* $S=]-\infty;-1]$ *d)* $S=]2;+\infty[$

e) $S=[4;+\infty[$ *f)* $S=]\frac{5}{2};+\infty[$ *g)* $S=[-\frac{11}{2};+\infty[$ *h)* $S=]-\infty;-\frac{12}{5}[$

i) $S=]-\infty;-2]$ *j)* $S=\mathbb{R}$ *k)* $S=\{\ \}$ *l)* $S=\mathbb{R}$

m) $S=]-4;+\infty[$ *n)* $S=[-\frac{5}{11};+\infty[$ *o)* $S=]-\infty;-\frac{5}{23}[$ *p)* $S=[0;+\infty[=\mathbb{R}^+$

q) $S=\varnothing$ *r)* $S=]-\infty;\frac{57}{40}[$ *s)* $S=[\frac{1}{20};+\infty[$

Ex 3 : *a)* $S=\left[-\frac{4}{7};+\infty\right[$; *b)* $S=\varnothing$; *c)* $S=\left]-\infty;\frac{17}{3}\right]$;

d) $S=\left]-\infty;2\right[$; *e)* $S=\left[-4;+\infty\right[$; *f)* $S=\left]1;+\infty\right[$

Ex 4 : *a)* $S=\left]-\infty;4\right[$; *b)* $S=\left]-\infty;1\right]$; *c)* $S=\left]-\infty;2\right]$;

d) $S=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$; *e)* $S=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$; *f)* $S=\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$