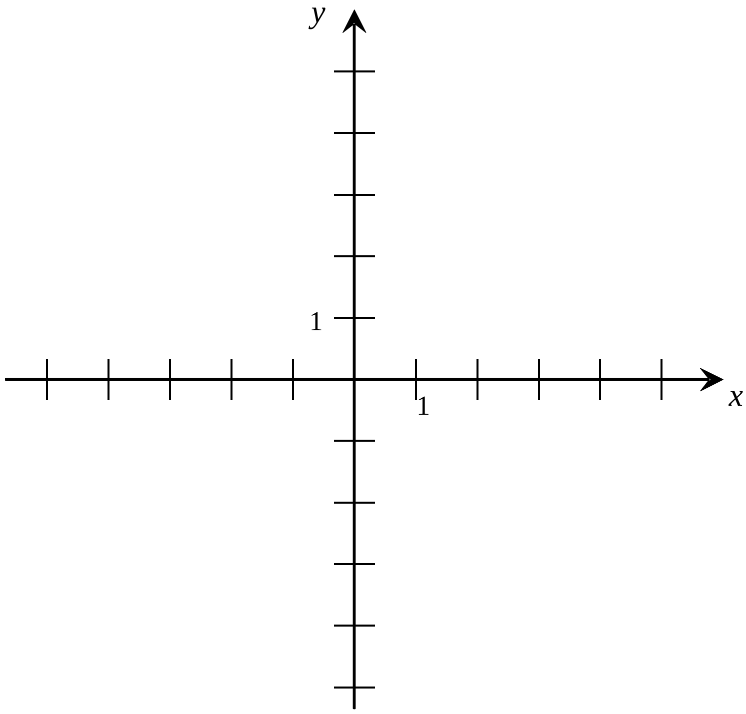
SERIE 54
Les inéquations

Résolution de systèmes d'inéquations d'ordre un à deux inconnues (graphiques)

Méthode :
Pour résoudre un système d'inéquations d'ordre un on procède comme suit :
- Pour chaque inéquation, on isole *y* et on représente la droite associée ;
- On hachure la zone solution de chaque inéquation (demi-plan);
- L'intersection des zones (demi-plans) nous donne l'ensemble des solutions (généralement une surface).

Exemple :
Donner graphiquement la solution du système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 4y - x - 4 \geq 0 \\ y - x \leq 3 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$$



Le point P(-1;2) appartient-il au domaine de solution ?

Exercices 1 :
Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases} x+y<1 \\ 3x-y>1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-y>1 \\ x-y<3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+y>2 \\ -x-y<4 \end{cases}$

Exercices 2 :
Résoudre les systèmes d'inéquations suivant :

a) $\begin{cases} -6x+24<5y \\ x-y>-1 \end{cases}$

Le point P(4 ;0) est-il solution ?

b) $\begin{cases} x-2>0 \\ y\geq 0 \\ x-y<4 \\ x+2y\leq 16 \end{cases}$

Exercices 3 :
Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases} 3x+y-5\geq 0 \\ 5x-2y+1\leq 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-y+4\geq 0 \\ \dfrac{2}{3}x-2y+4\leq 0 \\ -x-y+7\geq 0 \end{cases}$

Exercices 4 [1] :
Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases} 5x+y-1\leq 0 \\ 3x-y+2\geq 0 \end{cases}$

A(1;-10) est-il solution ?

b) $\begin{cases} y-3>0 \\ x-2>0 \end{cases}$

B(5;-5) est-il solution ?

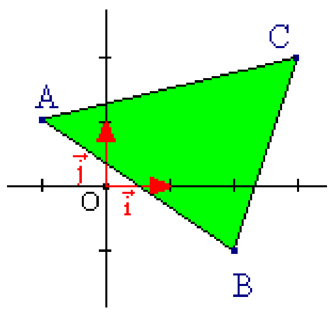
c) $\begin{cases} 4x+y-1\geq 0 \\ x-2y+4\leq 0 \\ x+2y-7\leq 0 \end{cases}$

C(1;4) est-il solution ?

Exercices 5 [2] :
Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases} x+y-2<0 \\ x-2y+1>0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+2y-2\leq 0 \\ 5x-4y-24<0 \\ 3x+y+4>0 \end{cases}$

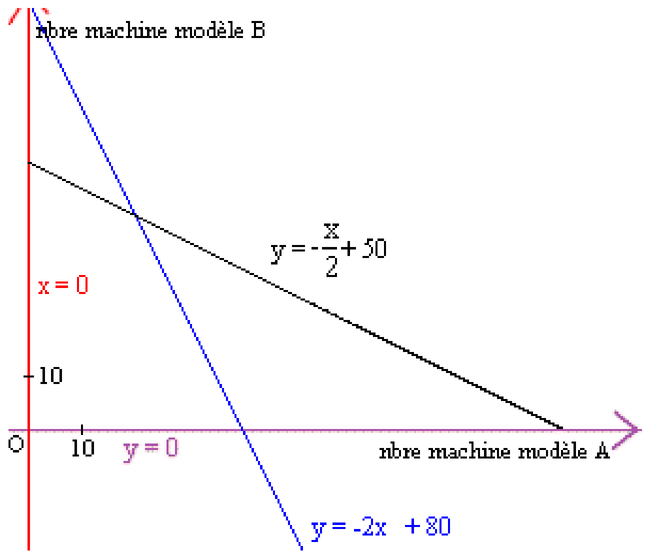
Exercices 6 :
On considère les points A(-1 ; 1), B(2 ; -1) et C(3 ; 2).
Déterminer un système d'inéquations linéaires à deux inconnues dont l'intérieur du triangle (ABC) est la solution.

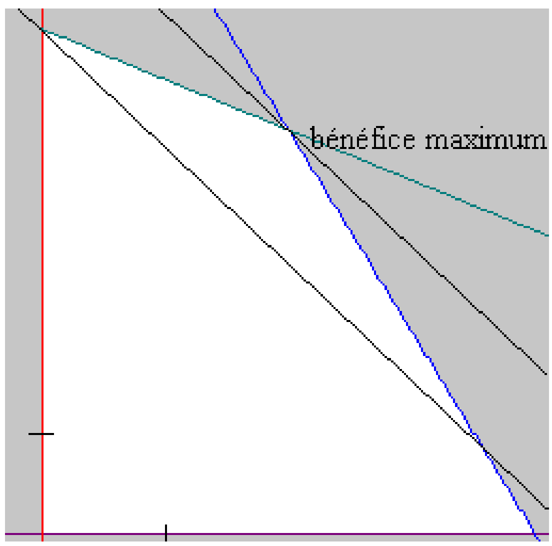


[1] Source : http://www.up.univ-mrs.fr
[2] Source : http://tanopah.jo.free.fr

Problèmes d'optimisation

Exemple[3] :
Une usine produit deux modèles de machines, l'une que l'on appellera modèle A exige 2 kg de matière première et de 30 heures de fabrication et donne un bénéfice de 7 €. L'autre que l'on appellera B exige 4 kg de matière première et de 15 heures de fabrication et donne un bénéfice de 6 €. On dispose de 200 kg de matière première et de 1200 h de travail. Quelle production doit-on avoir pour obtenir un bénéfice maximal ?





N.B. La méthode du simplexe permet de résoudre des systèmes plus grands (programmation linéaire).

[3] **Source http://homeomath.imingo.net/proglin.htm**

Exercices 7 :

Une usine produit deux types de jouets A et B. Le modèle A exige 2 kg de matière première et de 3 heures de fabrication et donne un bénéfice de 27 €. Le modèle B exige 3 kg de matière première et de 6 heures de fabrication et donne un bénéfice de 35 €.
On dispose de 300 kg de matière première et de 2000 h de travail.
Quelle production doit-on avoir pour obtenir un bénéfice maximal ?

Exercices 8 :

Atelier	Découpe	Finition
Temps de fabrication de A	2 heures	3 heures
Temps de fabrication de B	2 heures	1 heure
Capacité maximale de production	200 heures	150 heures
Sachant que les marges unitaires des produits A et B sont respectivement de 20 € et 10 €, quelles seront les quantités à produire pour maximiser le résultat ?		

Exercices 9 [4] :

Un fleuriste décide de fabriquer deux types de bouquets. Les bouquets A sont composés de 6 roses, de 3 gerberas et de 2 branches de gypsophile ; les bouquets B sont composés de 4 roses, de 6 gerberas et de 3 branches de gypsophile.
Il rapporte chaque jour des halles 5 cartons de 30 roses chacun, 6 cartons de 18 gerberas et 3 gerbes de 20 branches de gypsophile chacune. Il réalise un bénéfice de 18 F par bouquet A vendu et de 30 F par bouquet B vendu.
On appelle x le nombre de bouquets A et y le nombre de bouquets B vendus par jour.
Déterminer le nombre de bouquets A et le nombre de bouquets B qu'il doit fabriquer par jour pour réaliser un bénéfice maximal, en supposant qu'il vend chaque jour toute sa production.

Exercices 10 :

Un club sportif organise un tournoi. Pendant ce tournoi, il vendra des tasses de café au lait et des tasses de chocolat au lait. Une collecte a permis de réunir 20 litres de lait, 2 kilogrammes de sucre et assez de café et de chocolat pour faire 100 tasses de chaque boisson.
On prévoit de servir 2 sucres par tasse en moyenne; chaque paquet d'un kilogramme de sucre contient 120 morceaux; il faut 1/4 de litre de lait pour une tasse de chocolat et 1/12 de litre de lait pour une tasse de café.
On note x et y les nombres respectifs de tasses de chocolat et de tasses de café au lait qui seront servies pendant le tournoi. Le trésorier du club propose de vendre 5 Fr. chaque tasse de chocolat au lait et 4 Fr. chaque tasse de café au lait. Déterminer la recette maximum.

Exercices 11 :

Une entreprise touristique spécialisée dans la descente d'une rivière de montagne dispose de 25 rafts de deux modèles :

- 10 rafts de type A pouvant transporter chacun 4 touristes au maximum, accompagnés par un moniteur ;
- 15 rafts de types B pouvant transporter chacun 8 touristes au maximum, accompagnés par un moniteur.

L'entreprise emploie 20 moniteurs.
Si le prix de la location pour une demi-journée est de 200 € pour le type A et 300 € pour le type B, quel est le maximum de bénéfice pour une demi-journée ?

[4] **Source** http://eteaching.free.fr/