

SERIE 2
Statistique descriptive – La moyenne

Mesure de tendance centrale (critères de position) : moyenne, médiane, mode, ...

Les graphiques donnent une bonne idée de la manière dont un caractère est distribué, mais on cherche souvent à illustrer cette distribution de manière beaucoup plus sommaire par quelques nombres caractéristiques. Parmi ceux-ci les mesures de la tendance centrale jouent un rôle essentiel. La plus connue de ces mesures est la **moyenne**. Mais on utilise d'autres mesures encore comme : la **médiane**, le **mode**,...

Moyenne arithmétique : (événements isolés)

C'est la somme des données divisée par le nombre de ces données:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \qquad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Exemple 1 :

Si les nombres suivants représentent des âges : 12 13 30 23 28 15 30
Alors leur moyenne se calcule de la manière suivante :

$$\bar{x} = \frac{12+13+30+23+28+15+30}{7} = 21,57 \text{ ans}$$

Moyenne pondérée : (événements regroupés ou pondérés)

Si on a n_1 fois la donnée x_1 , n_2 fois la donnée x_2 , ... avec respectivement les fréquences f_1, f_2, \dots et $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$, alors la moyenne est donnée par :

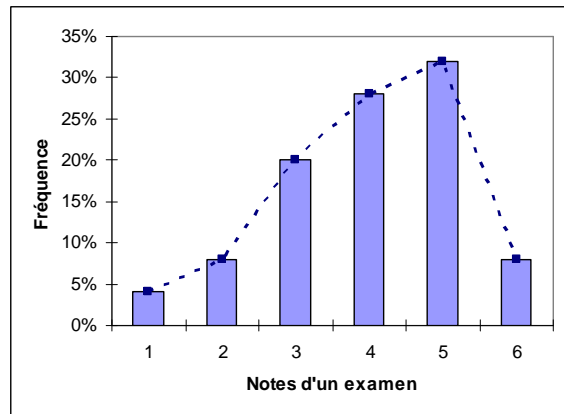
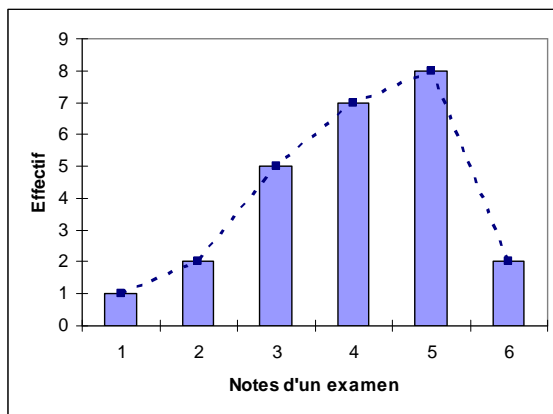
$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} \qquad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}$$

Exemple 2 :

25 élèves ont passé un examen et on a relevé :

Note x_i	Effectif n_i	Note pondérée $n_i x_i$	Fréquence f_i
1	1	1	4 %
2	2	4	8 %
3	5	15	20 %
4	7	28	28 %
5	8	40	32 %
6	2	12	8 %
<i>Sommes :</i>	$n = 25$	$\sum_{i=1}^k n_i x_i = 100$	100 %

D'une part on a : $\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{100}{25} = 4$



Remarque importante :

La moyenne est la plus familière et la plus utilisée des mesures de tendance centrale. Elle est influencée par toutes les valeurs de x_i et n_i observées et à ce titre **malheureusement très sensible aux valeurs extrêmes**, au point d'en perdre parfois une bonne partie de sa représentativité, surtout dans les échantillons de petite taille.

Exemple 3 : Voici six salaires mensuels :

3'500.- 4'200.- 4'600.- 5'000.- 6'200.- 36'500.-

La moyenne est : $\bar{x} = 10'000.-$ Frs. !!!

Exemple 4 :

Lors d'une course de vitesse les 40 participants ont mis les temps suivants pour effectuer le parcours

Temps (Classes)	Centre des classes x_i	Effectifs de chaque classe n_i		
[43-45[44	2		
[45-47[46	3		
[47-49[48	7		
[49-51[50	11		
[51-53[52	8		
[53-55[54	6		
[55-57[56	3		

La **population** est :

les 40 participants

Un **individu** est :

un coureur

Le **caractère quantitatif continu** est :

le temps (*variables statistique continue*)

Les **classes** sont :

les intervalles des temps

Les **variables statistiques continues** sont les différents temps pris dans les différents intervalles.

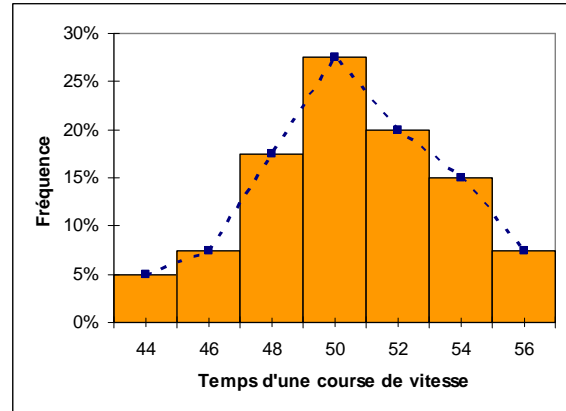
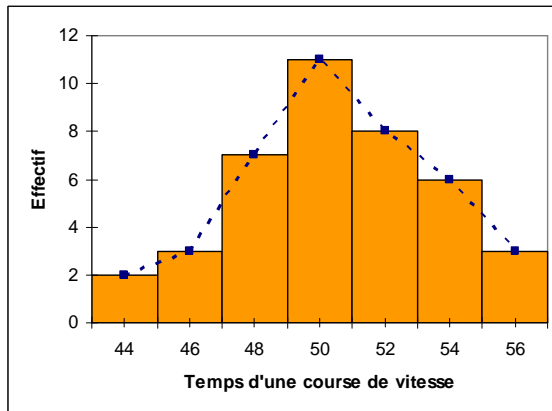
On considère ces variable sous la **forme discrète ne prenant le centre des classes**, cela nous permettra de simplifier l'étude : $x_1 = 44$, $x_2 = 46$, ...

Et dans chaque cas on a l'**effectif de chaque classe** : $n_1 = 2$, $n_2 = 3$, ...

On passe du cas continu à un cas discret en utilisant les centres des classes
Le centre de classe est égal à la moyenne des extrémités de la classe.

Temps (secondes)	Centre x_i	Effectif n_i	Temps pondéré $n_i x_i$	Fréquence f_i
[43-45[44	2	88	5 %
[45-47[46	3	138	8 %
[47-49[48	7	336	18 %
[49-51[50	11	550	28 %
[51-53[52	8	416	20 %
[53-55[54	6	324	15 %
[55-57[56	3	168	8 %
	<i>Sommes :</i>	$n = 40$	$\sum_{i=1}^k n_i x_i = 2020$	100 %

D'une part on a : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n} = \frac{2020}{40} = 50,5$



Exercice 1 :

18 élèves ont passé un examen. Voici, en vrac, leurs résultats :

5 3 5 5 4 4 4 5 4
 2 3 3 4 4 6 5 6 4

- a) Ranger ces résultats dans un tableau et illustrer-les à l'aide d'un diagramme à bande.
- b) Calculez la moyenne des notes.

Exercice 2 :

On a classé un groupe de personnes selon la peinture de leurs pieds. Voici les résultats :

Pointure des pieds	Effectif
32	3
33	5
34	7
35	10
36	9
37	14
38	16
39	12
40	7
41	2

- a) Calculez la fréquence de chaque pointure
- b) Calculez la moyenne des pointures
- c) Représentez ces résultats sur un diagramme à bandes

Exercice 3 :

On décide de classer certaines personnes en fonction de leur taille.

Taille (cm)	effectif
[100;120[1
[120;140[3
[140;160[7
[160;180[15
[180;200[8
[200;220[2

- Calculez la fréquence de chaque taille
- Calculez la moyenne des tailles
- Représentez ces résultats sur un diagramme à bandes

Exercice 4 :

Lors d'un festival de cinéma, les films ont été classés selon leurs durées.

Voici les résultats obtenus :

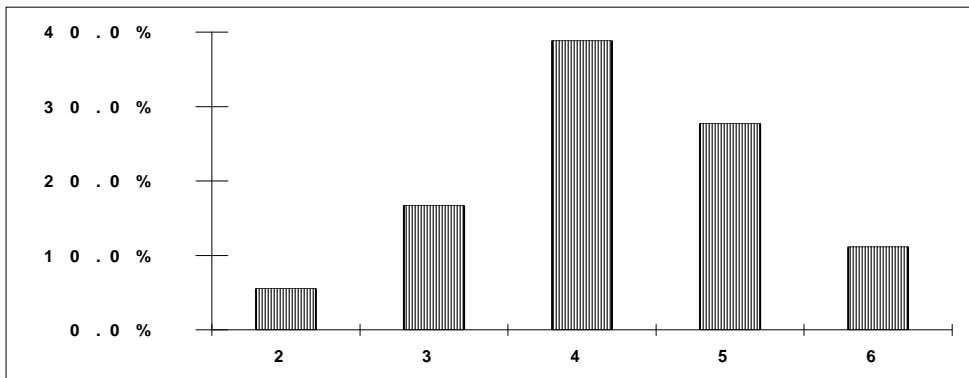
Durée (min)	effectif
[60;70[3
[70;80[6
[80;90[9
[90;100[10
[100;110[7
[110;120[2

- Quelle est la population étudiée ?
- Qu'est-ce qu'un individu ?
- Quel caractère étudie-t-on ?
- Réalisez une étude complète :
Fréquences
Moyennes
Diagramme

SOLUTIONS

Ex 1 :

Note	Effectif	Fréquence	Produit:
2	1	5.6%	2
3	3	16.7%	9
4	7	38.9%	28
5	5	27.8%	25
6	2	11.1%	12
	18	Total :	76

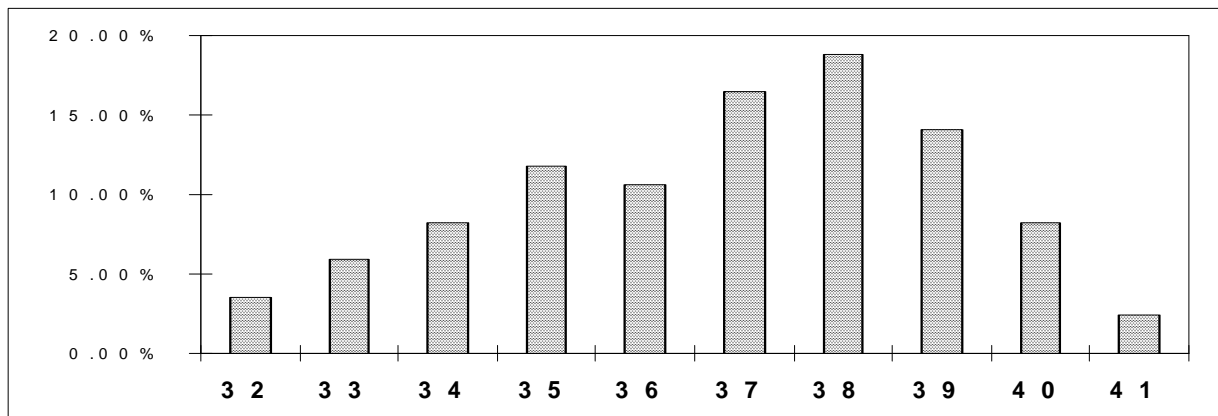


La moyenne est de $\bar{x} = \frac{76}{18} = 4,22$

Ex 2 :

Taille	effectif	fréquence	produit
32	3	3.5%	96
33	5	5.9%	165
34	7	8.2%	238
35	10	11.8%	350
36	9	10.6%	324
37	14	16.5%	518
38	16	18.8%	608
39	12	14.1%	468
40	7	8.2%	280
41	2	2.4%	82
	85	100.0%	3129

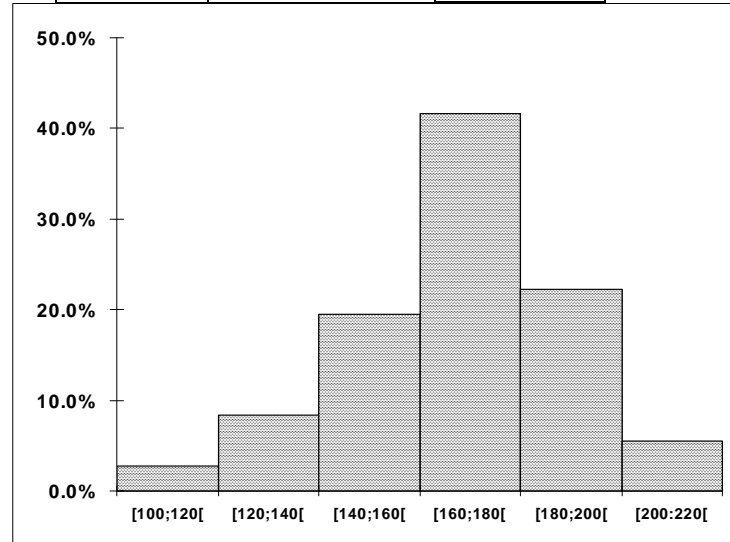
moyenne = 36.81



Ex 3 :

Taille (cm)	Centre	effectif	fréquence	produit
[100;120[110	1	2.8%	110
[120;140[130	3	8.3%	390
[140;160[150	7	19.4%	1050
[160;180[170	15	41.7%	2550
[180;200[190	8	22.2%	1520
[200;220[210	2	5.6%	420
		36	100.0%	6040

$$\bar{x} = \frac{6040}{36} = 167,78 \text{ cm}$$



Ex 4 :

La population étudiée est l'ensemble des films du festival.

Un individu est un film. (Et pas un acteur !!!)

Le caractère étudié est la durée du film.

Durée (min)	Centre	effectif	fréquence	produit
[60;70[65	3	8.1%	195
[70;80[75	6	16.2%	450
[80;90[85	9	24.3%	765
[90;100[95	10	27.0%	950
[100;110[105	7	18.9%	735
[110;120[115	2	5.4%	230
		37	100.0%	3325

La durée moyenne d'un film est de 89.86 minutes

