

## SERIE 37 – Systèmes d'équations

**Méthode de substitution****Principe directeur :**

- Isoler  $y$  (ou  $x$ ) dans l'une des deux équations puis substituer dans l'autre afin d'obtenir une équation à une seule inconnue en  $x$  (respectivement  $y$ ).

$$\begin{cases} ax + by = c & (I) \\ a'x + b'y = c' & (II) \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{isoler par exemple} \\ y \text{ dans (II)}}} \begin{cases} ax + by = c & (I) \\ y = f(x) & (II) \end{cases} \xrightarrow{\text{substituer dans (I)}} ax + b \cdot f(x) = c$$

- Résoudre l'équation obtenue  $ax + b \cdot f(x) = c$  et déterminer l'inconnue  $x$  (respectivement  $y$ ).
- Déterminer l'inconnue manquante  $y$  (respectivement  $x$ ) en utilisant l'une des deux équations initiales.
- Donner l'ensemble des solutions :  $S = \{(x, y)\}$

**Exemple :**

Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 7 & (I) \\ 2x - 3y = -11 & (II) \end{cases}$$

On choisit d'isoler  $x$  dans la 1<sup>ère</sup> équation (généralement dans l'équation la moins complexe) :

$$\begin{cases} \boxed{x = 7 - y} & (I') \\ 2x - 3y = -11 & (II) \end{cases}$$

On remplace  $x$  dans la 2<sup>ème</sup> équation :  $2 \cdot (7 - y) - 3y = -11$  (II)

On résout pour trouver l'inconnue  $y$  :

$$14 - 2y - 3y = -11$$

$$-5y = -25$$

$$\boxed{y = 5}$$

On peut alors facilement trouver  $x$ , via (I') par exemple :

$$\boxed{x = 7 - 5 = 2}$$

Donc :  $\boxed{S = \{(2; 5)\}}$

**Vérification :**

On vérifie que le couple  $(2; 5)$  est solution du système :

$$\begin{cases} 2 + 5 = 7 & (I) \\ 2 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = -11 & (II) \end{cases}$$

**Exercice 1 :**

Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant la méthode de substitution.

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + 2y = 10 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x + 2y = 5 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

f)

**Exercice 2 :**

Vérifier que  $S = \{(2; 4)\}$  est bien solution de l'équation :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 0 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$$

---

**Solutions :**

**Ex 2 :** a)  $S = \{(2; 0)\}$  ; b)  $S = \{(5; 2)\}$  ; c)  $S = \{(2; 3)\}$  ; d) *infinité de solutions* ; e)  $S = \emptyset$